

- secondo esonero (svolgere solo gli esercizi 4, 5 e 6; tempo 1 ora)
- scritto completo (svolgere tutti gli esercizi; tempo 2 ore)

**Esame dell'insegnamento di
METODI MATEMATICI - Canale A – L - FILA A
8 - 9 - 2011**

(Ciascuno dei quiz non ha necessariamente una ed una sola risposta giusta)

1. Sia $f \subseteq A \times A$ una funzione. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
- A. $f \circ f$ non è sempre definita
 - B. $f \circ f$ è definita, ma non è sempre una funzione
 - C. Se A è un insieme con un elemento, allora f è simmetrica
 - D. Se A è l'insieme vuoto, allora $f \circ f = f$
 - E. In ogni caso $f \circ f = f$

Quali delle affermazioni precedenti cambierebbero risposta assumendo come ipotesi che la f sia soltanto una relazione?

2. Dimostrare, usando l'induzione che $\sum_{k=1..n} 2^k = 2(2^n - 1)$

3. Provare con il metodo di Hilbert che la formula $B \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow B))$ è un teorema.

4. Si provi con il metodo dei tableau semantici che la formula $\neg \forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$ è soddisfacibile.

5. Quale delle seguenti interpretazioni è un modello per la formula dell'esercizio precedente?

- A. il dominio è \mathbf{N} , $P(x)$ = "x è negativo", $Q(x)$ = "x è pari"
- B. il dominio è \mathbf{Q} , $P(x)$ = "x è intero", $Q(x)$ = "x è pari"
- C. il dominio è \mathbf{R} , $P(x)$ = "x = 0", $Q(x)$ = "x è irrazionale"
- D. il dominio è \mathbf{N} , $P(x)$ = "x è intero", $Q(x)$ = "x = -1"

- secondo esonero (svolgere solo gli esercizi 4, 5 e 6; tempo 1 ora)
- scritto completo (svolgere tutti gli esercizi; tempo 2 ore)

**Esame dell'insegnamento di
METODI MATEMATICI - Canale A - L - FILA B
8 - 9 - 2011**

(Ciascuno dei quiz non ha necessariamente una ed una sola risposta giusta)

1. Sia $f \subseteq A \times A$ una funzione. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
- A. In ogni caso $f \circ f = f$
 - B. Se A è l'insieme vuoto, allora $f \circ f = f$
 - C. Se A è un insieme con un elemento, allora f è simmetrica
 - D. $f \circ f$ è definita, ma non è sempre una funzione
 - E. $f \circ f$ non è sempre definita

Quali delle affermazioni precedenti cambierebbero risposta assumendo come ipotesi che la f sia soltanto una relazione?

2. Dimostrare, usando l'induzione che $\sum_{k=1..n} 2^k = 2(2^n - 1)$

3. Provare con il metodo di Hilbert che la formula $B \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow B))$ è un teorema.

4. Si provi con il metodo dei tableau semantici che la formula $\neg \forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$ è soddisfacibile.

5. Quale delle seguenti interpretazioni è un modello per la formula dell'esercizio precedente?

- A. il dominio è \mathbf{Q} , $P(x) = \text{"x è intero"}$, $Q(x) = \text{"x è pari"}$
- B. il dominio è \mathbf{N} , $P(x) = \text{"x è negativo"}$, $Q(x) = \text{"x è pari"}$
- C. il dominio è \mathbf{N} , $P(x) = \text{"x è intero"}$, $Q(x) = \text{"x = -1"}$
- D. il dominio è \mathbf{R} , $P(x) = \text{"x = 0"}$, $Q(x) = \text{"x è irrazionale"}$

SOLUZIONI

1. Compito A: Crocette C, D
Compito B: Crocette B,C

Le stesse risposte valgono se abbiamo a che fare con una relazione

2. **Base** ($k = 1$):

$$2^1 = 2(2^1 - 1)$$

Induzione

Supponendo $\sum_{k=1 \dots n} 2^k = 2(2^n - 1)$

$$\sum_{k=1 \dots n+1} 2^k = \sum_{k=1 \dots n} 2^k + 2^{n+1} = 2(2^n - 1) + 2^{n+1} = 2(2^n - 1 + 2^n) = 2(2 \cdot 2^n - 1) = 2(2^{n+1} - 1)$$

- 3.

$B \rightarrow A$	\vdash	$B \rightarrow (A \rightarrow B)$	Ax. 1
	\vdash	$(B \rightarrow A) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow B))$	TD
	\vdash	$B \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow B))$	scambio premesse

4. Si costruisca il tableau per la formula data e si noti che resta aperto.

5. Compito A: Crocette su B,C, D
Compito B: Crocette su A, C, D