

- secondo esonero (svolgere solo gli esercizi 4, 5 e 6; tempo 1 ora)
- scritto completo (svolgere tutti gli esercizi; tempo 2 ore)

Esame dell'insegnamento di  
METODI MATEMATICI - Canale A - L - FILA A  
8 - 9 - 2011

(Ciascuno dei quiz non ha necessariamente una ed una sola risposta giusta)

1. Sia  $f \subseteq A \times A$  una funzione. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
- A.  $f \circ f$  non è sempre definita
  - B.  $f \circ f$  è definita, ma non è sempre una funzione
  - C. Se  $A$  è un insieme con un elemento, allora  $f$  è simmetrica
  - D. Se  $A$  è l'insieme vuoto, allora  $f \circ f = f$
  - E. In ogni caso  $f \circ f = f$

Quali delle affermazioni precedenti cambierebbero risposta assumendo come ipotesi che la  $f$  sia soltanto una relazione?

2. Dimostrare, usando l'induzione che  $\sum_{k=1..n} 2^k = 2(2^n - 1)$

3. Provare con il metodo di Hilbert che la formula  $B \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow B))$  è un teorema.

4. Si provi con il metodo dei tableau semantici che la formula  $\neg \forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$  è soddisfacibile.

5. Quale delle seguenti interpretazioni è un modello per la formula dell'esercizio precedente?

- A. il dominio è  $\mathbf{N}$ ,  $P(x)$  = "x è negativo",  $Q(x)$  = "x è pari"
- B. il dominio è  $\mathbf{Q}$ ,  $P(x)$  = "x è intero",  $Q(x)$  = "x è pari"
- C. il dominio è  $\mathbf{R}$ ,  $P(x)$  = "x = 0",  $Q(x)$  = "x è irrazionale"
- D. il dominio è  $\mathbf{N}$ ,  $P(x)$  = "x è intero",  $Q(x)$  = "x = -1"

- secondo esonero (svolgere solo gli esercizi 4, 5 e 6; tempo 1 ora)
- scritto completo (svolgere tutti gli esercizi; tempo 2 ore)

**Esame dell'insegnamento di  
METODI MATEMATICI - Canale A - L - FILA B  
8 - 9 - 2011**

(Ciascuno dei quiz non ha necessariamente una ed una sola risposta giusta)

1. Sia  $f \subseteq A \times A$  una funzione. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
- A. In ogni caso  $f \circ f = f$
  - B. Se  $A$  è l'insieme vuoto, allora  $f \circ f = f$
  - C. Se  $A$  è un insieme con un elemento, allora  $f$  è simmetrica
  - D.  $f \circ f$  è definita, ma non è sempre una funzione
  - E.  $f \circ f$  non è sempre definita

Quali delle affermazioni precedenti cambierebbero risposta assumendo come ipotesi che la  $f$  sia soltanto una relazione?

2. Dimostrare, usando l'induzione che  $\sum_{k=1..n} 2^k = 2(2^n - 1)$

3. Provare con il metodo di Hilbert che la formula  $B \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow B))$  è un teorema.

4. Si provi con il metodo dei tableau semantici che la formula  $\neg \forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$  è soddisfacibile.

5. Quale delle seguenti interpretazioni è un modello per la formula dell'esercizio precedente?

- A. il dominio è  $\mathbf{Q}$ ,  $P(x) = \text{"x è intero"}$ ,  $Q(x) = \text{"x è pari"}$
- B. il dominio è  $\mathbf{N}$ ,  $P(x) = \text{"x è negativo"}$ ,  $Q(x) = \text{"x è pari"}$
- C. il dominio è  $\mathbf{N}$ ,  $P(x) = \text{"x è intero"}$ ,  $Q(x) = \text{"x = -1"}$
- D. il dominio è  $\mathbf{R}$ ,  $P(x) = \text{"x = 0"}$ ,  $Q(x) = \text{"x è irrazionale"}$

## SOLUZIONI

1.     Compito A: Crocette C, D  
Compito B: Crocette B,C

Le stesse risposte valgono se abbiamo a che fare con una relazione

2.     **Base** ( $k = 1$ ):

$$2^1 = 2(2^1 - 1)$$

**Induzione**

Supponendo  $\sum_{k=1 \dots n} 2^k = 2(2^n - 1)$

$$\sum_{k=1 \dots n+1} 2^k = \sum_{k=1 \dots n} 2^k + 2^{n+1} = 2(2^n - 1) + 2^{n+1} = 2(2^n - 1 + 2^n) = 2(2 \cdot 2^n - 1) = 2(2^{n+1} - 1)$$

- 3.

$$\begin{array}{l} B \rightarrow A \quad \vdash \quad B \rightarrow (A \rightarrow B) \qquad \text{Ax. 1} \\ \quad \quad \quad \vdash \quad (B \rightarrow A) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow B)) \qquad \text{TD} \\ \quad \quad \quad \vdash \quad B \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow B)) \qquad \text{scambio premesse} \end{array}$$

4.     Si costruisca il tableau per la formula data e si noti che resta aperto.

5.     Compito A: Crocette su B,C, D  
Compito B: Crocette su A, C, D