

**Prova scritta di
METODI MATEMATICI - Canale A – L
05 - 06 - 2017 (prof.ssa Anna Labella)**

(Ciascuno dei quiz non ha necessariamente una ed una sola risposta giusta)

1. Sia $A = \{\{\}, \{\{\}\}, \{\{\}, \{\{\}\}\}$ e sia N l'insieme dei numeri naturali; quali fra le seguenti affermazioni è vera?

- Esistono almeno 600 relazioni binarie su A , tutte diverse fra loro
- Esistono almeno 500 relazioni binarie su A , tutte diverse fra loro
- Esistono almeno 3 relazioni binarie su A , tutte diverse fra loro
- Esiste un'infinità non numerabile di funzioni $A \rightarrow N$
- Esiste un'infinità non numerabile di funzioni $N \rightarrow A$

2. Sia $A = \{\{\{\{\}\}\}\}$. Quali fra le seguenti affermazioni è vera?

- Ogni relazione binaria su A è simmetrica
- Ogni relazione binaria su A è antisimmetrica
- Ogni relazione binaria su A è riflessiva
- Ogni relazione binaria su A è transitiva
- Ogni funzione $A \rightarrow A$ non invertibile ha immagine infinita

3. Dimostrare (per induzione) che, $\sum_{k=1, \dots, n} k^2 = n(n+1)(2n+1)/6$

Caso base $n=1 \quad 1=6/6$

Passo induttivo

$$\sum_{k=1, \dots, n+1} k^2 = \sum_{k=1, \dots, n} k^2 + n^2 + 1 = n(n+1)(2n+1)/6 + n^2 + 1 = (n+1)(n+2)(2n+3)/6$$

4. Provare con il metodo di Hilbert che la seguente formula è un teorema

$$(A \wedge B) \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$$

| | | |
|--------------|---|-----------------|
| $\{\neg A\}$ | $ - \neg B \rightarrow (A \rightarrow \neg B)$ | Ax1. |
| $\{\neg A\}$ | $ - \neg (A \rightarrow \neg B) \rightarrow B$ | contr. |
| | $ - \neg A \rightarrow (\neg (A \rightarrow \neg B) \rightarrow B)$ | TD |
| | $ - \neg (A \rightarrow \neg B) \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$ | scambio |
| | $ - (A \wedge B) \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$ | def. \wedge . |

5. Verificare con il metodo dei tableau semantici che la seguente formula non è refutabile e trovarne un modello

$$\forall x \forall y Q(x,y) \rightarrow (\exists x P(x) \wedge \exists x \neg P(x))$$

Il tableau della negata della formula rimane aperto, quindi è refutabile.

Un modello è costituito dai numeri naturali e P significa essere pari, mentre Q significa \leq