

1. Siano dati gli insiemi $A = \{x, y, z, w\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ e sia data la relazione $R = \{(x, 1), (x, 3), (x, 5), (y, 2), (y, 3), (z, 1), (z, 5), (w, 2), (w, 3)\}$:
(a) Esiste un elemento di A che non è in relazione con alcun elemento di B ?
(b) Quanti elementi di A sono in relazione con $2 \in B$? Quanti elementi di A sono in relazione con $6 \in B$?

2. Sia $A = \{x, y, z, u, w\}$ e sia R la relazione su A data da $R = \{(x, x), (y, y), (z, z), (u, u), (w, w), (x, y), (y, x), (x, z), (y, z), (z, y), (z, x), (y, w), (w, y), (x, w), (w, x)\}$:
(a) Determinare se R è riflessiva.
(b) Determinare se R è simmetrica.
(c) Determinare se R è transitiva.

3. Sia X un insieme e sia $P(X)$ l'insieme delle parti di X . Consideriamo su $P(X)$ la seguente relazione:

dati $A, B \in P(X)$, definiamo $A R B$ se $A \cap B^c = \emptyset$, dove B^c indica il complementare di B in X .

- (a) Determinare se R è riflessiva.
- (b) Determinare se R è simmetrica.
- (c) Determinare se R è antisimmetrica.
- (d) Determinare se R è transitiva.
- (e) Verificare che $A \cap B^c = \emptyset$ sse $A \subset B$.

4. Consideriamo la seguente relazione su Z : $m, n \in Z$, $m R n$ se $m - n = 4k$, $k \in Z$:

- (a) Verificare che si tratta di una relazione di equivalenza.
- (b) Determinare le classi di equivalenza, elencandone gli elementi.
- (c) Verificare che le classi di equivalenza determinano una partizione di Z .

5. Sia $X = \{(1, 2, 0), (0, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 1, 1), (0, 3, 0), (2, 1, 1), (4, 1, 1), (3, 3, 3)\}$ con la relazione data da $(x, y, z) R (r, s, t)$ se $x + y + z = r + s + t$.

- (a) Verificare che si tratta di una relazione di equivalenza.
- (b) Determinare le classi di equivalenza enumerandone gli elementi.
- (c) Verificare che determinano una partizione di X .