Corso di Laurea in Informatica

Insegnamento di Metodi matematici per l'Informatica, canale A-D

Esame scritto del 11/02/2009

1. Nome e Cognome ______________________ **Matricola** ______________

Anno di corso ______________

☐ **secondo esonero (svolgere solo gli esercizi 4 e 5; tempo: 1 ora)**

☐ **scritto completo (svolgere tutti gli esercizi; tempo: 2 ore)**

(Ciascuno dei quiz non ha necessariamente una ed una sola risposta giusta)

1. Sia $R \subseteq X \times Y$. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

☐ **A.** Se $R^{-1} \circ R \subseteq \Delta_X$ allora R è una funzione.

☐ **B.** Se X è finito e $\#R = \#X$ allora R è una funzione.

2. Sia $X = \{a, b, \emptyset, \{a, b\}\}$. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

☐ **A.** $\#\wp(X) = 15$.

☐ **B.** $X \cap \wp(X) \neq \emptyset$.

☐ **C.** $\emptyset \notin X$.

3. Si dimostri per induzione che $\forall n \geq 7$, $2^n \geq n^2 + 4n + 5$.

---

4. Provare con il metodo di Hilbert che la seguente formula è un teorema

$$(A \to C) \to ((B \to C) \to ((A \wedge B) \to C)).$$

5. Provare mediante il metodo dei tableau la soddisfacibilità della seguente formula

$$\exists y \forall x (P(y, x) \wedge Q(x, y)).$$

Quale delle seguenti interpretazioni è un modello?

☐ **A.** $D = \mathbb{N}$, $|P| = \{(y, x) : y, x \in \mathbb{N}, y \leq x\}$, $|Q| = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{N}, y \geq x\}$.

☐ **B.** $D = \mathbb{N}$, $|P| = \{(y, x) : y, x \in \mathbb{N}, y \leq x\}$, $|Q| = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{N}, y \leq x\}$.

☐ **C.** $D = \mathbb{N}$, $|P| = \{(y, x) : y, x \in \mathbb{N}, y \text{ divide } x\}$, $|Q| = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{N}, x \text{ divide } y\}$.

☐ **D.** $D = \mathbb{R}$, $|P| = \{(y, x) : y, x \in \mathbb{R}, x = \sqrt{y}\}$, $|Q| = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}, x = y\}$.

☐ **E.** $D = \{a, b, c\}$, $|P| = \{(a, b), (a, a), (a, c)\}$, $|Q| = \{(a, c), (a, b), (a, a)\}$.

1. Nessuna risposta vera.

2. Risposte vere: B

3. Applichiamo l'induzione su n.

Caso base: se $n = 7$ otteniamo che la relazione in esame è vera, infatti $2^n = 2^7 = 128$ e $n^2+4n+5 = 49+28+5 = 82$ e si ha che $128 > 82$.

Ipotesi induttiva: Supponiamo che $2^n > n^2 + 4n + 5$ è soddisfatta per un qualche valore n fissato.

Passo induttivo: Vogliamo dimostrare che la relazione vale anche per $n + 1$, cioè vogliamo dimostrare che $2^{n+1} > (n + 1)^2 + 4(n + 1) + 5 = n^2 + 6n + 10$.

Utilizzando l'ipotesi induttiva, otteniamo: $2^{n+1} = 2 \cdot \underline{2^n} > 2 \cdot (\underline{n^2 + 4n + 5}) = 2n^2 + 8n + 10$.

Possiamo notare che per ottenere quanto voluto è sufficiente che valga $2n^2 + 8n + 10 > n^2 + 6n + 10$, infatti si avrebbe $2^{n+1} = 2 \cdot 2^n > 2 \cdot (n^2 + 4n + 5) = 2n^2 + 8n + 10 > n^2 + 6n + 10$.

La condizione $2n^2 + 8n + 10 > n^2 + 6n + 10$ implica che quanto dimostrato vale se e solo se $n^2 + 2n > 0$, quindi per $n > 0$ (e $n < -2$), e dato che il caso base è $n \geq 7$ la dimostrazione è completata.

4. Possiamo notare che $(A \to C) \to ((B \to C) \to ((A \wedge B) \to C)) \equiv (A \to C) \to ((B \to C) \to (\neg(A \to \neg B) \to C))$.

Una dimostrazione possibile è la seguente:

1.	$\{A \to C, B \to C, A\}$	$\vdash B \to C$	Ipotesi
2.	$\{A \to C, B \to C, A\}$	$\vdash \neg C \to \neg B$	Contrapposizione 1
3.	$\{A \to C, B \to C\}$	$\vdash A \to (\neg C \to \neg B)$	Deduzione 2
4.	$\{A \to C, B \to C\}$	$\vdash \neg C \to (A \to \neg B)$	Scambio premessa 3
5.	$\{A \to C, B \to C\}$	$\vdash \neg C \to \neg\neg(A \to \neg B)$	Doppia negazione 4
6.	$\{A \to C, B \to C\}$	$\vdash \neg(A \to \neg B) \to C$	Contrapposizione 5
7.	$\{A \to C\}$	$\vdash (B \to C) \to (\neg(A \to \neg B) \to C)$	Deduzione 6
8.		$\vdash (A \to C) \to ((B \to C) \to (\neg(A \to \neg B) \to C))$	Deduzione 7
9.		$\vdash (A \to C) \to ((B \to C) \to ((A \wedge B) \to C))$	Equivalenza logica 8

5. Costruiamo il tableau della formula in esame (senza negarla). Se otteniamo almeno un ramo aperto allora la formula è soddisfacibile. Il tableau della formula è il seguente:

$$\underline{\exists y}\forall x(P(y, x) \wedge Q(x, y))$$
$$|$$
$$\underline{\forall x}(P(a, x) \wedge Q(x, a))$$
$$|$$
$$\forall x(P(a, x) \wedge Q(x, a)), P(a, a)\underline{\wedge}Q(a, a)$$
$$|$$
$$\forall x(P(a, x) \wedge Q(x, a)), P(a, a), Q(a, a)$$

Possiamo notare che il nodo così ottenuto è aperto (e lo rimarrebbe anche se continuassimo ad estendere il tableau), quindi la formula è soddisfacibile.

Risposte vere: B

Corso di Laurea in Informatica

Insegnamento di Metodi matematici per l'Informatica, canale A-D

Esame scritto del 11/02/2009

2. Nome e Cognome ____ **Matricola** ________________________

Anno di corso ________________________________

☐ **secondo esonero (svolgere solo gli esercizi 4 e 5; tempo: 1 ora)**

☐ **scritto completo (svolgere tutti gli esercizi; tempo: 2 ore)**

(Ciascuno dei quiz non ha necessariamente una ed una sola risposta giusta)

1. Sia $X = \{a, b, \emptyset, \{a, b\}\}$. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

☐ **A.** $\{b\} \notin X$.

☐ **B.** $\emptyset \not\subseteq X$.

2. Sia $R \subseteq X \times Y$. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

☐ **A.** Se R è una funzione iniettiva allora $R^{-1} \circ R \subseteq \Delta_X$.

☐ **B.** Se $X = Y$ allora R è una relazione di equivalenza.

☐ **C.** Se $R^{-1} \circ R \subseteq \Delta_X$ allora $\#R \leq \#X$.

3. Si dimostri per induzione che $\forall n \geq 5$, $n^2 \geq 11n - 30$.

---

4. Provare con il metodo di Hilbert che la seguente formula è un teorema

$$(\neg A \vee B) \vee C \to \neg A \vee (B \vee C).$$

5. Provare mediante il metodo dei tableau la soddisfacibilità della seguente formula

$$\forall z \forall y Q(z, y) \vee \exists x P(x).$$

Quale delle seguenti interpretazioni è un modello?

☐ **A.** $D = \mathbb{N}$, $|P| = \{(x) : x \in \mathbb{N}, x \text{ è dispari}\}$, $|Q| = \{(z, y) : z, y \in \mathbb{N}, z \geq y\}$.

☐ **B.** $D = \mathbb{Q}$, $|P| = \{(x) : x \in \mathbb{Q}, x = 0\}$, $|Q| = \{(z, y) : z, y \in \mathbb{Q}, z \text{ divide } y\}$.

☐ **C.** $D = \mathbb{R}$, $|P| = \{(x) : x \in \mathbb{R}, x = x^2\}$, $|Q| = \{(z, y) : z, y \in \mathbb{R}, z = 2y\}$.

☐ **D.** $D = \{a, b, c\}$, $|P| = \emptyset$, $|Q| = \{(a, a), (a, b), (a, c)\}$.

☐ **E.** $D = \{a\}$, $|P| = \emptyset$, $|Q| = \{(a, a)\}$.

1. Risposte vere: A

2. Risposte vere: A

3. Applichiamo l'induzione su n.

Caso base: se $n = 5$ otteniamo che la relazione in esame è vera, infatti $n^2 = 5^2 = 25$ e $11n - 30 = 55 - 30 = 25$ e si ha che $25 \geq 25$.

Ipotesi induttiva: Supponiamo che $n^2 \geq 11n - 30$ è soddisfatta per un qualche valore n fissato.

Passo induttivo: Vogliamo dimostrare che la relazione vale anche per $n+1$, cioè vogliamo dimostrare che $(n+1)^2 \geq 11(n+1) - 30 = 11n - 19$.

Utilizzando l'ipotesi induttiva, otteniamo: $(n+1)^2 = \underline{n^2} + 2n + 1 \geq \underline{11n - 30} + 2n + 1 = 13n - 29$.

Possiamo notare che per ottenere quanto voluto è sufficiente che valga $13n - 29 \geq 11n - 19$, infatti si avrebbe $(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1 \geq 11n - 30 + 2n + 1 = 13n - 29 \geq 11n - 19$.

La condizione $13n - 29 \geq 11n - 19$ implica che quanto dimostrato vale se e solo se $2n \geq 10$, quindi per $n \geq 5$, che è esattamente il caso base della dimostrazione.

4. Possiamo notare che $(\neg A \vee B) \vee C \to \neg A \vee (B \vee C) \equiv (\neg(A \to B) \to C) \to (A \to (\neg B \to C))$. Una dimostrazione possibile è la seguente:

1.	$\{\neg(A \to B) \to C\}$	$\vdash \neg(A \to B) \to C$	Ipotesi
2.	$\{\neg(A \to B) \to C\}$	$\vdash \neg C \to \neg\neg(A \to B)$	Contrapposizione 1
3.	$\{\neg(A \to B) \to C\}$	$\vdash \neg C \to (A \to B)$	Doppia negazione 2
4.	$\{\neg(A \to B) \to C\}$	$\vdash A \to (\neg C \to B)$	Scambio premessa 3
5.	$\{\neg(A \to B) \to C\}$	$\vdash A \to (\neg B \to \neg\neg C)$	Contrapposizione 6
6.	$\{\neg(A \to B) \to C\}$	$\vdash A \to (\neg B \to C)$	Doppia negazione 5
7.		$\vdash (\neg(A \to B) \to C) \to (A \to (\neg B \to C))$	Deduzione 6
8.		$\vdash (\neg A \vee B) \vee C \to \neg A \vee (B \vee C)$	Equivalenza logica 7

5. Costruiamo il tableau della formula in esame (senza negarla). Se otteniamo almeno un ramo aperto allora la formula è soddisfacibile. Il tableau della formula è il seguente:

$$\forall z \forall y Q(z,y) \underline{\vee} \exists x P(x)$$

$$/ \qquad\qquad\qquad \backslash$$

$$\underline{\forall z} \forall y Q(z,y) \qquad\qquad \underline{\exists x} P(x)$$

$$| \qquad\qquad\qquad |$$

$$\forall z \forall y Q(z,y), \underline{\forall y} Q(a,y) \qquad\qquad P(a)$$

$$|$$

$$\forall z \forall y Q(z,y), \forall y Q(a,y), Q(a,a)$$

Possiamo notare che entrambi i nodi sono aperti (e lo rimarrebbero anche se continuassimo ad estendere il tableau). Comunque sarebbe stato sufficiente mostrare un solo nodo aperto del tableau per affermare che la formula è soddisfacibile.

Risposte vere: A, B, C, E

Corso di Laurea in Informatica

Insegnamento di Metodi matematici per l'Informatica, canale A-D

Esame scritto del 11/02/2009

3. Nome e Cognome ______________________________________ **Matricola** ____________________

Anno di corso ____________________________

☐ **secondo esonero (svolgere solo gli esercizi 4 e 5; tempo: 1 ora)**

☐ **scritto completo (svolgere tutti gli esercizi; tempo: 2 ore)**

(Ciascuno dei quiz non ha necessariamente una ed una sola risposta giusta)

1. Sia $R \subseteq X \times Y$. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

☐ **A.** Se $R^{-1} \circ R = \Delta_X$ allora R è una funzione.

☐ **B.** Se R è una relazione d'ordine allora $X = Y$.

☐ **C.** Se R è una funzione e $\#X = n$ allora $\#R = n$.

2. Sia $X = \{\{a\}, b, \{b, c\}\}$. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

☐ **A.** $\{a\} \notin X$.

☐ **B.** $\emptyset \subseteq X$.

3. Si dimostri per induzione che $\forall n \geq 5$, $n^2 \geq 11n - 30$.

---

4. Provare con il metodo di Hilbert che la seguente formula è un teorema

$$(A \vee \neg B) \vee C \rightarrow A \vee (\neg B \vee C).$$

5. Provare mediante il metodo dei tableau la soddisfacibilità della seguente formula

$$\exists x P(x) \rightarrow \forall z \forall y Q(z, y).$$

Quale delle seguenti interpretazioni è un modello?

☐ **A.** $D = \mathbb{N}$, $|P| = \{(x) : x \in \mathbb{N}, x \text{ è pari}\}$, $|Q| = \{(z, y) : z, y \in \mathbb{N}, z = y\}$.

☐ **B.** $D = \mathbb{N}$, $|P| = \{(x) : x \in \mathbb{N}, x \text{ è negativo}\}$, $|Q| = \{(z, y) : z, y \in \mathbb{N}, z < y\}$.

☐ **C.** $D = \mathbb{R}$, $|P| = \{(x) : x \in \mathbb{R}, x = \sqrt{x}\}$, $|Q| = \{(z, y) : z, y \in \mathbb{R}, z = 2y\}$.

☐ **D.** $D = \{a, b, c, d\}$, $|P| = \{a, b, c\}$, $|Q| = D \times D$.

☐ **E.** $D = \{a, b\}$, $|P| = \{a\}$, $|Q| = \{(a, a), (b, b)\}$.

1. Risposte vere: B, C

2. Risposte vere: B

3. Applichiamo l'induzione su n.

Caso base: se $n = 5$ otteniamo che la relazione in esame è vera, infatti $n^2 = 5^2 = 25$ e $11n - 30 = 55 - 30 = 25$ e si ha che $25 \geq 25$.

Ipotesi induttiva: Supponiamo che $n^2 \geq 11n - 30$ è soddisfatta per un qualche valore n fissato.

Passo induttivo: Vogliamo dimostrare che la relazione vale anche per $n+1$, cioè vogliamo dimostrare che $(n+1)^2 \geq 11(n+1) - 30 = 11n - 19$.

Utilizzando l'ipotesi induttiva, otteniamo: $(n+1)^2 = \underline{n^2} + 2n + 1 \geq \underline{11n - 30} + 2n + 1 = 13n - 29$.

Possiamo notare che per ottenere quanto voluto è sufficiente che valga $13n - 29 \geq 11n - 19$, infatti si avrebbe $(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1 \geq 11n - 30 + 2n + 1 = 13n - 29 \geq 11n - 19$.

La condizione $13n - 29 \geq 11n - 19$ implica che quanto dimostrato vale se e solo se $2n \geq 10$, quindi per $n \geq 5$, che è esattamente il caso base della dimostrazione.

4. Possiamo notare che $(A \vee \neg B) \vee C \rightarrow A \vee (\neg B \vee C) \equiv (\neg(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow C) \rightarrow (\neg A \rightarrow (B \rightarrow C))$. Una dimostrazione possibile è la seguente:

1.	$\{\neg(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow C\}$	$\vdash \neg(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow C$	Ipotesi
2.	$\{\neg(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow C\}$	$\vdash \neg C \rightarrow \neg\neg(\neg A \rightarrow \neg B)$	Contrapposizione 1
3.	$\{\neg(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow C\}$	$\vdash \neg C \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)$	Doppia negazione 2
4.	$\{\neg(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow C\}$	$\vdash \neg A \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg B)$	Scambio premessa 3
5.	$\{\neg(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow C\}$	$\vdash \neg A \rightarrow (B \rightarrow C)$	Contrapposizione 4
6.		$\vdash (\neg(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow C) \rightarrow (\neg A \rightarrow (B \rightarrow C))$	Deduzione 5
7.		$\vdash (A \vee \neg B) \vee C \rightarrow A \vee (\neg B \vee C)$	Equivalenza logica 6

5. Costruiamo il tableau della formula in esame (senza negarla). Se otteniamo almeno un ramo aperto allora la formula è soddisfacibile. Il tableau della formula è il seguente:

$$
\begin{array}{ccc}
 & \exists x P(x) \underline{\rightarrow} \forall z \forall y Q(z,y) & \\
/ & & \backslash \\
\underline{\neg\exists x} P(x) & & \underline{\forall z} \forall y Q(z,y) \\
| & & | \\
\neg\exists x P(x), \neg P(a) & & \forall z \forall y Q(z,y), \underline{\forall y} Q(a,y) \\
 & & | \\
 & & \forall z \forall y Q(z,y), \forall y Q(a,y), Q(a,a)
\end{array}
$$

Possiamo notare che entrambi i nodi sono aperti (e lo rimarrebbero anche se continuassimo ad estendere il tableau). Comunque sarebbe stato sufficiente mostrare un solo nodo aperto del tableau per affermare che la formula è soddisfacibile.

Risposte vere: B, D

Corso di Laurea in Informatica

Insegnamento di Metodi matematici per l'Informatica, canale A-D

Esame scritto del 11/02/2009

4. Nome e Cognome ____ **Matricola** ________________________

Anno di corso ________________________________

☐ **secondo esonero (svolgere solo gli esercizi 4 e 5; tempo: 1 ora)**

☐ **scritto completo (svolgere tutti gli esercizi; tempo: 2 ore)**

(Ciascuno dei quiz non ha necessariamente una ed una sola risposta giusta)

1. Sia $X = \{\{a\}, b, \{b, c\}\}$. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

☐ **A.** $\#\wp(X) = 8$.

☐ **B.** $X \cap \wp(X) = \emptyset$.

☐ **C.** $\emptyset \in X$.

2. Sia $R \subseteq X \times Y$. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

☐ **A.** Se R è una funzione iniettiva allora $R^{-1} \circ R = \Delta_X$.

☐ **B.** Se $R^{-1} \circ R \supseteq \Delta_X$ e $R \circ R^{-1} \subseteq \Delta_Y$ allora R è una funzione.

3. Si dimostri per induzione che $\forall n \geq 7$, $2^n \geq n^2 + 4n + 5$.

---

4. Provare con il metodo di Hilbert che la seguente formula è un teorema

$$(\neg B \to A) \to ((C \to A) \to ((\neg B \wedge C) \to A)).$$

5. Provare mediante il metodo dei tableau la soddisfacibilità della seguente formula

$$\exists y \forall x (P(y, x) \vee Q(x, y)).$$

Quale delle seguenti interpretazioni è un modello?

☐ **A.** $D = \mathbb{Q}$, $|P| = \{(y, x) : y, x \in \mathbb{Q}, y \leq x\}$, $|Q| = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{Q}, x \geq y\}$.

☐ **B.** $D = \mathbb{N}$, $|P| = \{(y, x) : y, x \in \mathbb{N}, y > x\}$, $|Q| = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{N}, x \geq y\}$.

☐ **C.** $D = \mathbb{N}$, $|P| = \{(y, x) : y, x \in \mathbb{N}, x \text{ divide } y\}$, $|Q| = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{N}, x \leq y\}$.

☐ **D.** $D = \mathbb{N}$, $|P| = \{(y, x) : y, x \in \mathbb{N}, xy = y\}$, $|Q| = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{N}, x \text{ divide } y\}$.

☐ **E.** $D = \{a, b, c\}$, $|P| = \{(a, b), (a, c)\}$, $|Q| = \{(b, a), (c, a), (a, a)\}$.

1. Risposte vere: A, B

2. Risposte vere: A, B

3. Applichiamo l'induzione su n.

Caso base: se $n = 7$ otteniamo che la relazione in esame è vera, infatti $2^n = 2^7 = 128$ e $n^2+4n+5 = 49+28+5 = 82$ e si ha che $128 > 82$.

Ipotesi induttiva: Supponiamo che $2^n > n^2 + 4n + 5$ è soddisfatta per un qualche valore n fissato.

Passo induttivo: Vogliamo dimostrare che la relazione vale anche per $n + 1$, cioè vogliamo dimostrare che $2^{n+1} > (n + 1)^2 + 4(n + 1) + 5 = n^2 + 6n + 10$.

Utilizzando l'ipotesi induttiva, otteniamo: $2^{n+1} = 2 \cdot \underline{2^n} > 2 \cdot (\underline{n^2 + 4n + 5}) = 2n^2 + 8n + 10$.

Possiamo notare che per ottenere quanto voluto è sufficiente che valga $2n^2 + 8n + 10 > n^2 + 6n + 10$, infatti si avrebbe $2^{n+1} = 2 \cdot 2^n > 2 \cdot (n^2 + 4n + 5) = 2n^2 + 8n + 10 > n^2 + 6n + 10$.

La condizione $2n^2 + 8n + 10 > n^2 + 6n + 10$ implica che quanto dimostrato vale se e solo se $n^2 + 2n > 0$, quindi per $n > 0$ (e $n < -2$), e dato che il caso base è $n \geq 7$ la dimostrazione è completata.

4. Possiamo notare che $(\neg B \to A) \to ((C \to A) \to ((\neg B \wedge C) \to A)) \equiv (\neg B \to A) \to ((C \to A) \to (\neg(\neg B \to \neg C) \to A))$. Una dimostrazione possibile è la seguente:

1.	$\{\neg B \to A, C \to A, \neg B\}$	$\vdash C \to A$	Ipotesi
2.	$\{\neg B \to A, C \to A, \neg B\}$	$\vdash \neg A \to \neg C$	Contrapposizione 1
3.	$\{\neg B \to A, C \to A\}$	$\vdash \neg B \to (\neg A \to \neg C)$	Deduzione 2
4.	$\{\neg B \to A, C \to A\}$	$\vdash \neg A \to (\neg B \to \neg C)$	Scambio premessa 3
5.	$\{\neg B \to A, C \to A\}$	$\vdash \neg A \to \neg\neg(\neg B \to \neg C)$	Doppia negazione 4
6.	$\{\neg B \to A, C \to A\}$	$\vdash \neg(\neg B \to \neg C) \to A$	Contrapposizione 5
7.	$\{\neg B \to A\}$	$\vdash (C \to A) \to (\neg(\neg B \to \neg C) \to A)$	Deduzione 6
8.		$\vdash (\neg B \to A) \to ((C \to A) \to (\neg(\neg B \to \neg C) \to A))$	Contrapposizione 7
9.		$\vdash (\neg B \to A) \to ((C \to A) \to ((\neg B \wedge C) \to A))$	Equivalenza logica 8

5. Costruiamo il tableau della formula in esame (senza negarla). Se otteniamo almeno un ramo aperto allora la formula è soddisfacibile. Il tableau della formula è il seguente:

$$\underline{\exists y}\forall x(P(y, x) \vee Q(x, y))$$

$$|$$

$$\underline{\forall x}(P(a, x) \vee Q(x, a))$$

$$|$$

$$\forall x(P(a, x) \vee Q(x, a)), P(a, a)\underline{\vee}Q(a, a)$$

$$/ \qquad\qquad \backslash$$

$$\forall x(P(a, x) \vee Q(x, a)), P(a, a) \qquad\qquad \forall x(P(a, x) \vee Q(x, a)), Q(a, a)$$

Possiamo notare che entrambi i nodi sono aperti (e lo rimarrebbero anche se continuassimo ad estendere il tableau). Comunque sarebbe stato sufficiente mostrare un solo nodo aperto del tableau per affermare che la formula è soddisfacibile.

Risposte vere: B, C, D, E