

Prova scritta del 28 febbraio 2011

*Risultati*

MARTINELLI	18
D'EPIFANIO	20
BOIANO	24
DELÌU	27
VAINO	27
PIETRELLI	23
ANDREOCCI	30
DI SCHINO	20
ROMEO	24
MERCURI	27
NICOLIELLO	21

HAIBA	insufficiente
MERCADANTE	insufficiente
LA ROCCA	insufficiente
ZACCARDI	insufficiente
CAMMARANO	insufficiente
ROCCO	insufficiente
SIRNA	insufficiente
HOXHA	insufficiente

### Esercizio 1

Si consideri la grammatica acontestuale  $\mathbf{G}$  con produzioni

$$S \rightarrow aX \mid \varepsilon$$

$$X \rightarrow aX \mid bY \mid \varepsilon$$

$$Y \rightarrow bY$$

1.1 Dopo aver trasformato  $\mathbf{G}$  in forma normale di Chomsky, sia  $\mathbf{C}$  la grammatica che ne risulta. Applicare l'algoritmo CYK alla grammatica  $\mathbf{C}$  per verificare che la stringa  $aaa$  è una frase di  $\mathbf{C}$  (e, quindi, di  $\mathbf{G}$ ). Quindi, decidere se  $aaa$  è ambigua costruendone tutti gli alberi di derivazione.

1.2 Dalla grammatica  $\mathbf{C}$  si derivi la grammatica acontestuale  $\mathbf{C}'$  che genera il linguaggio  $L(\mathbf{C}) \setminus \{\varepsilon\}$ . Quindi, costruire l'automa (deterministico)  $\mathbf{D}$  delle *preformule* di  $\mathbf{C}'$  (privo di stati morti). Sia  $\mathbf{D}'$  la versione completa dell'automa  $\mathbf{D}$ . Costruire un automa finito deterministico completo  $\mathbf{D}''$  equivalente a  $\mathbf{D}'$  di dimensione minima e, facendo uso del Lemma di Arden, si fornisca un'espressione regolare del linguaggio accettato da  $\mathbf{D}''$  (e, quindi, da  $\mathbf{D}'$  e  $\mathbf{D}$ ).

1.3 Dopo aver costruito anche la tabella  $T$  delle azioni per grammatica  $\mathbf{C}'$ , descrivere il processo di riduzione per la stringa  $aaa$  utilizzando l'automa  $\mathbf{D}$  e la tabella  $T$ .

### Esercizio 2

2.1 Dato un alfabeto  $\Sigma$ , dare la definizione di un linguaggio su  $\Sigma$ .

2.2 Descrivere il processo di compilazione di un programma scritto in un linguaggio sorgente  $L$ .

## Soluzione

### Esercizio 1.

1.1 La grammatica  $C$  ha produzioni

- $S \rightarrow \varepsilon$
- $S \rightarrow AX$
- $S \rightarrow a$
- $X \rightarrow AX$
- $A \rightarrow a$
- $X \rightarrow a$

Le sottostringhe  $x_{i,j}$  di  $x = aaa$  sono qui di seguito riportate.

<sup>11</sup>	<sup>12</sup>	<sup>13</sup>
<b>a</b>	<b>aa</b>	<b>aaa</b>
<sup>21</sup>	<sup>22</sup>	-
<b>a</b>	<b>aa</b>	
<sup>31</sup>	-	-
<b>a</b>		

Tabella delle sottostringhe  $x_{i,j}$

Con l'algoritmo CYK calcoliamo gli insiemi  $N_{i,j}$ :

<sup>11</sup>	<sup>12</sup>	<sup>13</sup>
<b>S<sub>11</sub>: a</b> <b>X<sub>11</sub>: a</b> <b>A<sub>11</sub>: a</b>	<b>S<sub>22</sub>: A<sub>21</sub>, X<sub>31</sub></b> <b>X<sub>22</sub>: A<sub>21</sub>, X<sub>31</sub></b>	<b>S<sub>13</sub>: A<sub>11</sub>, X<sub>22</sub></b> <b>X<sub>13</sub>: A<sub>11</sub>, X<sub>22</sub></b>
<sup>21</sup>	<sup>22</sup>	-
<b>S<sub>21</sub>: a</b> <b>X<sub>21</sub>: a</b> <b>A<sub>21</sub>: a</b>	<b>S<sub>22</sub>: A<sub>21</sub>, X<sub>31</sub></b> <b>X<sub>22</sub>: A<sub>21</sub>, X<sub>31</sub></b>	
<sup>31</sup>	-	-
<b>S<sub>31</sub>: a</b> <b>X<sub>31</sub>: a</b> <b>A<sub>31</sub>: a</b>		

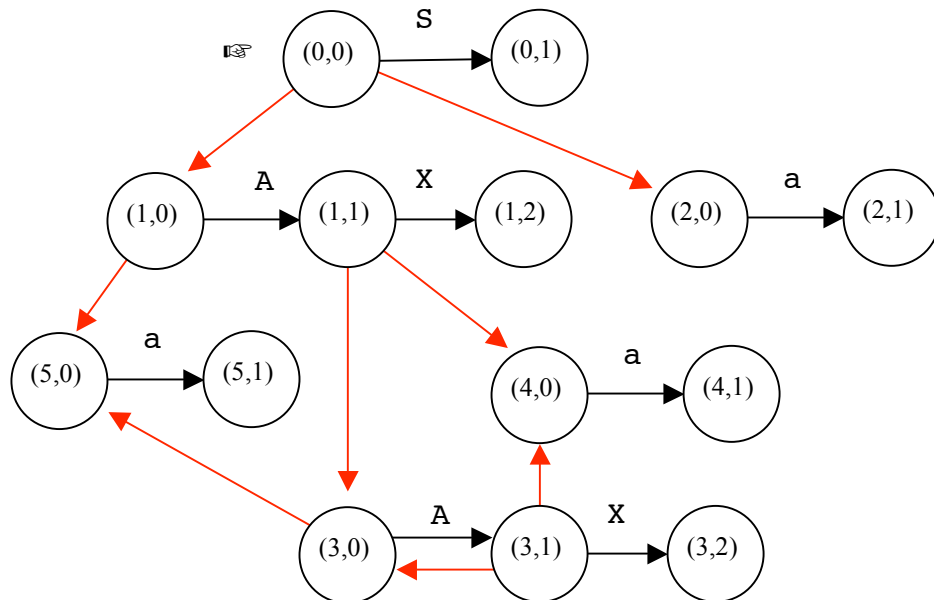
Tabella degli insiemi  $N_{i,j}$

Visto che il simbolo speciale  $S$  appartiene ad  $N_{1,3}$ , possiamo concludere che la stringa  $aaa$  è una frase di  $G$  e, siccome abbiamo un unico albero di derivazione, la frase non è ambigua.

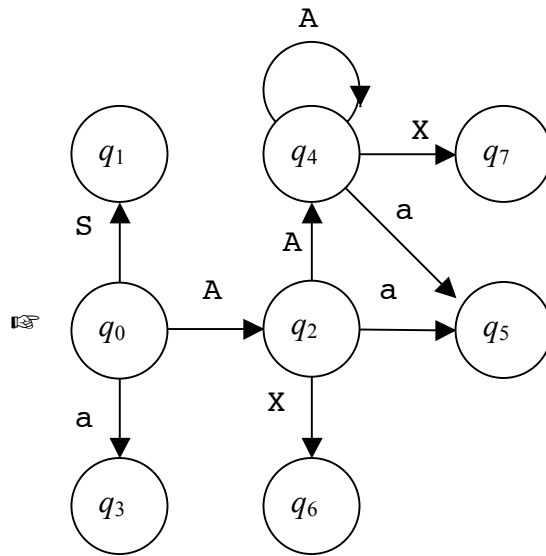
1.2 La grammatica  $C'$  ha produzioni

- (1)  $S \rightarrow AX$
- (2)  $S \rightarrow a$
- (3)  $X \rightarrow AX$
- (4)  $X \rightarrow a$
- (5)  $A \rightarrow a$

Il diagramma dell'automa  $A$  delle tracce delle produzioni di  $C'$  è:



Il diagramma delle transizioni dell'automa finito **D** delle preformule di **C'** è:



dove

$$q_0 = \{(0,0), (1,0), (2,0), (5,0)\}$$

$$q_1 = \{(0,1)\}$$

$$q_2 = \{(1,1), (3,0), (4,0), (5,0)\}$$

$$q_3 = \{(2,1), (5,1)\}$$

$$q_4 = \{(3,0), (3,1), (4,0), (5,0)\}$$

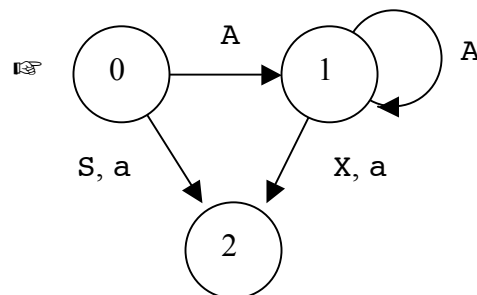
$$q_5 = \{(4,1), (5,1)\}$$

$$q_6 = \{(1,2)\}$$

$$q_7 = \{(3,2)\}$$

e tutti gli stati sono di accettazione.

Il diagramma delle transizioni dell'automa finito deterministico **D''** (con soli stati di accettazione) è:



$$\begin{aligned}\lambda_0 &= \{a\} \cdot \lambda_1 \cup \{S, A\} \cdot \lambda_2 \cup \{\epsilon\} \\ \lambda_1 &= \{A\} \cdot \lambda_1 \cup \{X, a\} \cdot \lambda_2 \cup \{\epsilon\} \\ \lambda_2 &= \{\epsilon\}\end{aligned}$$

Soluzione:

$$\lambda_0 = \{A\}^+ \{X, a, \epsilon\} \cup \{S, a, \epsilon\} \quad \lambda_1 = \{A\}^+ \{X, a, \epsilon\} \quad \lambda_2 = \{\epsilon\}$$

Espressione regolare di  $L(D'')$ :  $((A)^+(X|a|\epsilon)) | (S|a|\epsilon)$

1.3 Per i corpi delle produzioni di  $C'$  abbiamo

$$I(AX) = I(a) = \{a\}$$

e per i simboli nonterminali abbiamo

$$J(S) = J(X) = \{\#\} \text{ e } J(A) = \{a\}.$$

La tabella delle azioni

<i>stato</i>	<b>a</b>	<b>#</b>
$q_0$	T	
$q_1$		A
$q_2$	T	
$q_3$	R(5)	R(2)
$q_4$	T	
$q_5$	R(5)	R(4)
$q_6$		R(1)
$q_7$		R(3)

non contiene celle multiple, la qual cosa fa di  $C'$  una grammatica della classe  $LR(1)$ .

Il processo di riduzione per la stringa aaa si sviluppa come segue.

<i>pila</i>	<i>buffer</i>	<i>azione</i>
$q_0$	aaa#	T
$q_0 a q_3$	aa#	R ( $A \rightarrow a$ )
$q_0 A q_2$	aa#	T
$q_0 A q_2 a q_5$	a#	R ( $A \rightarrow a$ )
$q_0 A q_2 A q_4$	a#	T
$q_0 A q_2 A q_4 a q_5$	#	R ( $X \rightarrow a$ )
$q_0 A q_2 A q_4 X q_7$	#	R ( $X \rightarrow AX$ )
$q_0 A q_2 X q_6$	#	R ( $S \rightarrow AX$ )
$q_0 S q_1$	#	A

e le voci contenute nella pila nel corso della riduzione sono le preformule:

$\varepsilon$    a   A   Aa   AA   AAa   AAX   AX   S

## Esercizio 2.

2.1 Un linguaggio su  $\Sigma$  è un insieme di stringhe su  $\Sigma$ .

2.2 (vedi Dispense).