Prova scritta dell'esame di

`Compilatori / Linguaggi & Compilatori`

Appello del 16 gennaio 2013

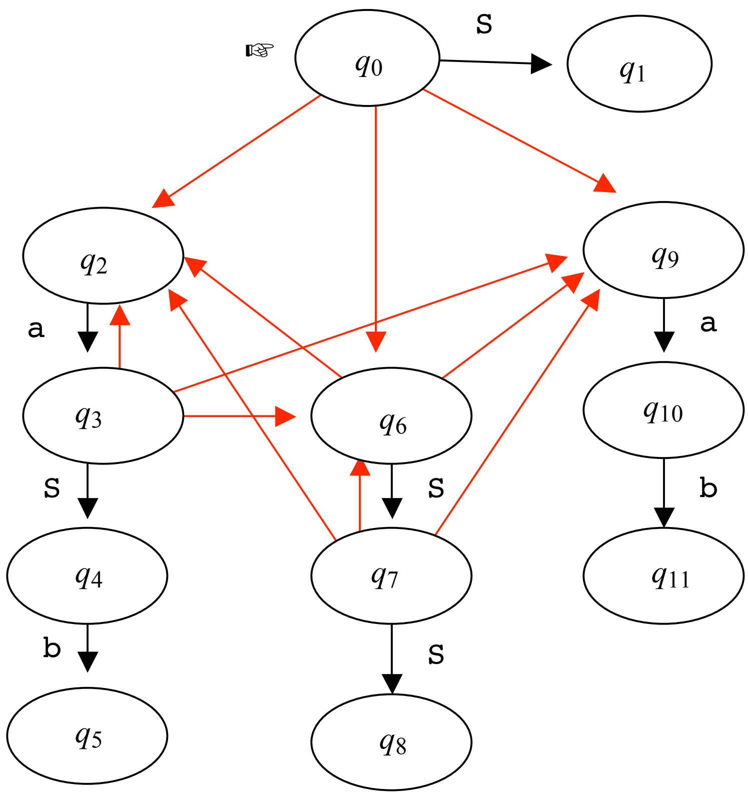
Risultati della prova

MESSORE	**25**
NAZARIA	**insufficiente**
DE BENEDICTIS	**30**
SQUARCIA	**24**
MONTANER	**insufficiente**
MERLI	**26**
MOGLIANI	**26**
FRASCARIA	**20 (?)**

Contrariamente a quanto comunicato verbalmente, le PROVE ORALI si svolgeranno per tutti lunedì 21 <u>alle ore 11</u> presso lo studio del docente (V. Salaria, III piano).

Testo della Prova Scritta

Si consideri l'ε-AFN ***A*** sull'alfabeto Σ = {`a`, `b`, `S`} mostrato in Figura, in cui tutti gli stati sono di accettazione e le ε-transizioni sono segnate in rosso.



Esercizio 1. Costruire con il metodo dei sottoinsiemi un automa finito quasi-deterministico ***D*** equivalente ad ***A***. Quindi trovare un AFD ***D**** equivalente a ***D*** di dimensione minima. Infine, costruire una grammatica generativa del linguaggio accettato da ***D**** (e, quindi, da ***D***).

Esercizio 2. Sia $N = \{\mathtt{S}\}$ e $T = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$. Determinare la grammatica acontestuale $\boldsymbol{G} = (N, T, P, \mathtt{S})$ tale che l'automa finito quasi-deterministico ***D*** dell'Esercizio 1 sia l'automa delle preformule di ***G***.

2.1) Che tipo di stringhe sono le frasi di ***G*** ?

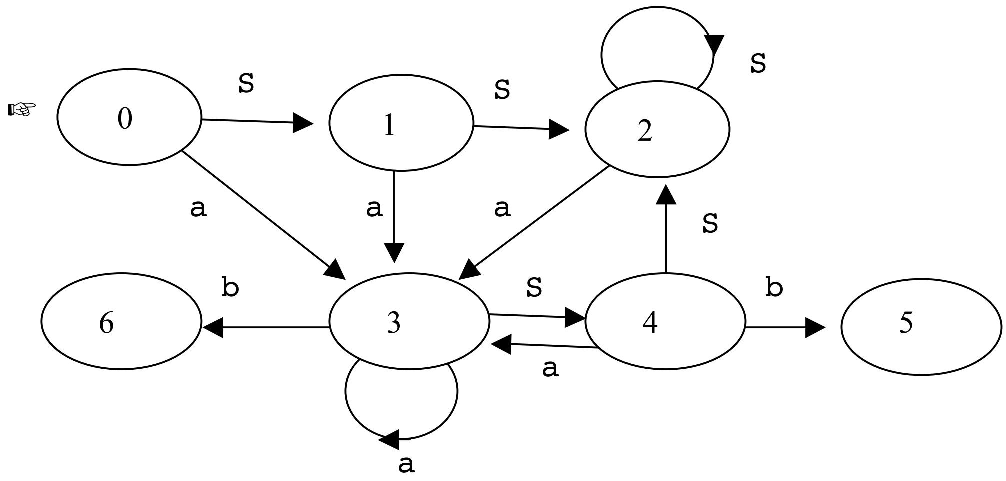
2.2) Trovare una grammatica acontestuale ***C*** equivalente a ***G*** in forma normale di Chomsky. Verificare con l'algoritmo CYK che la stringa `aabb` è una frase non ambigua di ***C*** (e, quindi, di ***G***).

2.3) Costruire la *tabella delle azioni* per la grammatica ***G***.

2.4) Applicare la procedura di riduzione alla stringa `aabb` e, per verificare che ogni stringa σ contenuta nella pila è accettata da ***D***, specificare lo stato finale di ***D*** dopo aver letto la stringa σ.

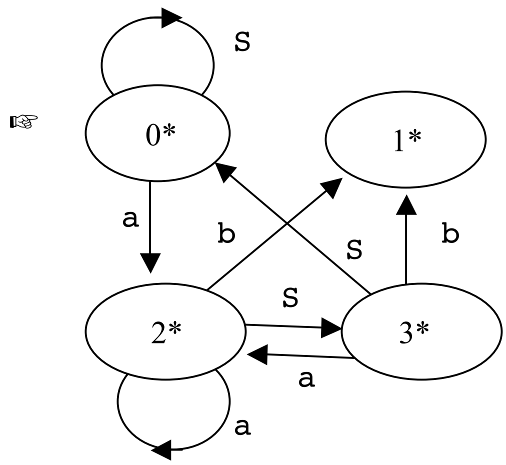
Soluzione

Esercizio 1. Costruire con il metodo dei sottoinsiemi un automa finito quasi-deterministico ***D*** equivalente ad ***A***.



0	$q_0\ q_2\ q_6\ q_9$	1	$q_1\ q_2\ q_6\ q_7\ q_9$		
2	$q_2\ q_6\ q_7\ q_8\ q_9$	3	$q_2\ q_3\ q_6\ q_9\ q_{10}$		
4	$q_2\ q_4\ q_6\ q_7\ q_9$	5	q_5	6	q_{11}

Quindi trovare un AFD ***D**** equivalente a ***D*** di dimensione minima. A meno di uno stato morto, il diagramma delle transizioni di ***D**** è mostrato in Figura



dove

0* = {0, 1, 2} 1* = {5, 6} 2* = {3} 3* = {4}

Infine, costruire un grammatica generativa del linguaggio accettato da ***D**** (e, quindi, da ***D***).
Una grammatica generativa di $L(\boldsymbol{D}^*)$ è quella che ha $N = \{0^*, 1^*, 2^*, 3^*\}$, $T = \{\texttt{a}, \texttt{b}, \texttt{S}\}$ e le seguenti produzioni

$$0^* \to \texttt{S}\,0^* \mid \texttt{a}\,2^* \mid \varepsilon$$
$$1^* \to \varepsilon$$
$$2^* \to \texttt{a}\,2^* \mid \texttt{b}\,1^* \mid \texttt{S}\,0^* \mid \varepsilon$$
$$3^* \to \texttt{a}\,2^* \mid \texttt{b}\,1^* \mid \texttt{S}\,3^* \mid \varepsilon$$

dove 0* è il simbolo iniziale della grammatica.

Esercizio 2. Sia $N = \{\texttt{S}\}$ e $T = \{\texttt{a}, \texttt{b}\}$. Determinare la grammatica acontestuale $\boldsymbol{G} = (N, T, P, \texttt{S})$ tale che l'automa finito quasi-deterministico ***D*** dell'Esercizio 1 sia l'automa delle preformule di ***G***.

Le produzioni della grammatica ***G*** sono

$$\texttt{S} \to \texttt{ab} \mid \texttt{aSb} \mid \texttt{SS}$$

e gli stati di ***A*** sono le fasi delle produzioni di ***G***:

q_0	$\texttt{S}' \to \bullet\texttt{S}$	q_1	$\texttt{S}' \to \texttt{S}\bullet$				
q_2	$\texttt{S} \to \bullet\texttt{aSb}$	q_3	$\texttt{S} \to \texttt{a}\bullet\texttt{Sb}$	q_4	$\texttt{S} \to \texttt{aS}\bullet\texttt{b}$	q_5	$\texttt{S} \to \texttt{aSb}\bullet$
q_6	$\texttt{S} \to \bullet\texttt{SS}$	q_7	$\texttt{S} \to \texttt{S}\bullet\texttt{S}$	q_8	$\texttt{S} \to \texttt{SS}\bullet$		
q_9	$\texttt{S} \to \bullet\texttt{ab}$	q_{10}	$\texttt{S} \to \texttt{a}\bullet\texttt{b}$	q_{11}	$\texttt{S} \to \texttt{ab}\bullet$		

2.1) Che tipo di stringhe sono le frasi di ***G*** ?

Le frasi di ***G*** sono le *sequenze bilanciate* sull'alfabeto $\{\texttt{a}, \texttt{b}\}$, cioè, una stringa x su $\{\texttt{a}, \texttt{b}\}$ è una frase di ***G*** se e solo se gode delle due proprietà:

(*i*) in x il numero delle occorrenze di a è uguale al numero delle occorrenze di b;

(*ii*) per ogni prefisso di x, il numero delle occorrenze di a è maggiore o uguale al numero delle occorrenze di b.

La cosa si dimostra per induzione sulla lunghezza delle formule σ di ***G***.

La formula più corta di ***G*** è S, la quale banalmente gode delle due proprietà (*i*) e (*ii*).

Sia ora σ una formula di ***G*** che contiene almeno un'occorrenza di `S` e sia σ′ una formula di ***G*** ottenuta applicando a σ una qualsiasi delle tre produzioni. L'ipotesi induttiva è che σ goda delle due proprietà (*i*) e (*ii*). È facile allora dimostrare che anche σ′ gode delle due proprietà (*i*) e (*ii*).

2.2) Trovare una grammatica acontestuale ***C*** equivalente a ***G*** in forma normale di Chomsky. Verificare con l'algoritmo CYK che la stringa `aabb` è una frase non ambigua di ***C***.

Una grammatica acontestuale equivalente a ***G*** in forma normale di Chomsky è la grammatica ***C*** con le seguenti produzioni:

$$S \to AB \mid AX \mid SS \qquad X \to SB \qquad A \to a \qquad B \to b$$

Le sottostringhe di `aabb` sono qui di seguito riportate.

11 a	12 aa	13 aab	14 aabb
21 a	22 ab	23 abb	
31 b	32 bb		-
41 b		-	-

Tabella delle sottostringhe di `aabb`

Ora, con l'algorimo CYK calcoliamo i generatori di ogni sottostringa di `aabb`, cioè i simboli nonterminali da cui ogni sottostringa di `aabb` è derivabile.

11 A	12 ∅	13 ∅	14 S
21 A	22 S	23 X	
31 B	32 ∅		-
41 B		-	-

Tabella dei generatori delle sottostringhe di `aabb`

Visto che il simbolo speciale S compare nella casella (1, 4), possiamo concludere che la stringa aabb è una frase di ***C***. Inoltre è facile vedere che esste un solo albero di derivazione per la stringa aabb.

2.3) Costruire la *tabella delle azioni* per la grammatica ***G***.

Per costruire la tabella delle azioni, Visto che gli stati dell'automa finito ***D*** sono insiemi di stati dell'automa ***A*** e questi sono le fasi delle produzioni di ***G***, gli stati di ***D*** vengono esplicitamente interpretati come insiemi di fasi delle produzioni della grammatica estesa ***G′*** di ***G***:

0	$q_0\ q_2\ q_6\ q_9$	S′ → •S S → •aSb S → •SS S → •ab
1	$q_1\ q_2\ q_6\ q_7\ q_9$	S′ → S• S → •aSb S → •SS S → S•S S → •ab
2	$q_2\ q_6\ q_7\ q_8\ q_9$	S → •aSb S → •SS S → S•S S → SS• S → •ab
3	$q_2\ q_3\ q_6\ q_9\ q_{10}$	S → •aSb S → a•Sb S → •SS S → •ab S → a•b
4	$q_2\ q_4\ q_6\ q_7\ q_9$	S → •aSb S → aS•b S → •SS S → S•S S → •ab
5	q_5	S → aSb•
6	q_{11}	S → ab•

Le fasi efficaci per la tabelle delle azioni sono:

stato *q* di ***A***	fase corrispondente a *q*	*stati di **D** che contengono q*	*azione*
q_1	S′ → S•	1	A
q_2	S → •aSb	0, 1, 2, 3, 4	T
q_4	S → aS•b	4	T
q_5	S → aSb•	5	R(S → aSb)
q_8	S → SS•	2	R(S → SS)
q_9	S → •ab	0, 1, 2, 3, 4	T
q_{10}	S → a•b	3	T
q_{11}	S → ab•	6	R(S → ab)

A questo punto, tenuto conto che $\mathcal{J}$(S) = {a, b, $}, otteniamo la seguente tabella delle azioni

stato	a	b	$
0	T		
1	T		A
2	T R(S → SS)	R(S → SS)	R(S → SS)
3	T	T	
4	T	T	
5	R(S → aSb)	R(S → aSb)	R(S → aSb)
6	R(S → ab)	R(S → ab)	R(S → ab)

Si osservi che, siccome la tabella delle azioni contiene una cella multipla, la grammatica ***G*** non appartiene alla classe *LR*(1).

2.4) Applicare la procedura di riduzione alla stringa aabb e, per verificare che ogni stringa σ contenuta nella pila è accettata da ***D***, specificare lo stato finale di ***D*** dopo aver letto la stringa σ.

Il processo di riduzione si svolge come segue:

pila	*buffer*	*azione*
0	aabb#	T
0a3	abb#	T
0a3a3	bb#	T
0a3a3b6	b#	R (S → ab)
0a3S4	b#	T
0a3S4b5	#	R (S → aSb)
0S1	#	A

Le stringhe contenute nella pila sono nell'ordine: ε, a, aa, aab, aS, aSb, S. Queste sono tutte stringhe accetttate da ***D*** e i rispettivi stati finali sono: 0, 3, 3, 6, 4, 5, 1.