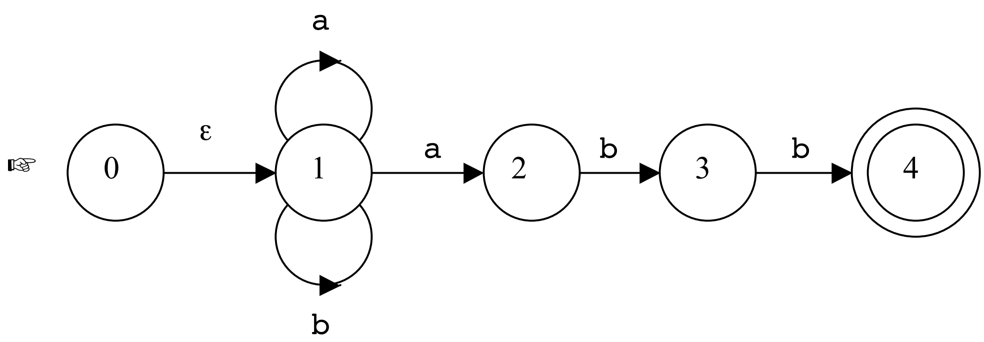
Prova scritta dell'esame di

`Compilatori / Linguaggi` & `Compilatori`

Appello del 13 settembre 2011

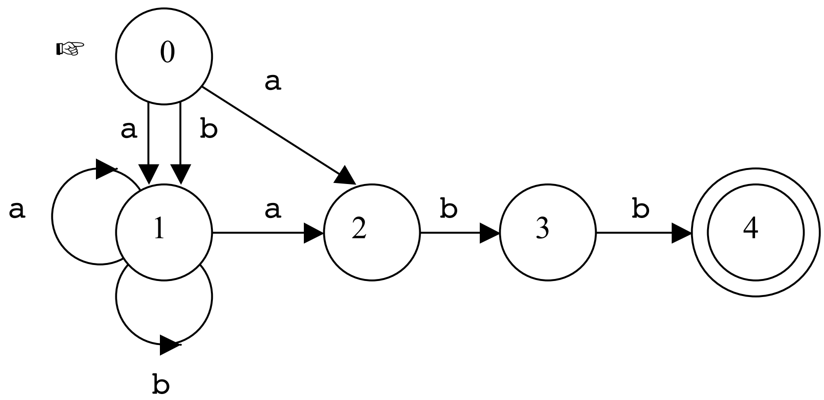
Esercizio 1. Si consideri l'automa finito **A** mostrato in figura.



1.1 Trovare un automa finito **B** privo di transizioni spontanee che sia equivalente ad **A**. Facendo uso del Lemma di Arden, provare che `(a|b)*abb` è un'espressione regolare che denota il linguaggio accettato da **B** (e, quindi, di **A**).

Soluzione

Applicando la tecnica di dimostrazione del Lemma 4.1, si ottiene l'automa finito stabile **B** mostrato in Figura



A questo punto, possiamo applicare il lemma di Arden a **B** e si ottiene il sistema di equazioni

$\lambda_0 = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\} \cdot \lambda_1 \cup \{\mathtt{a}\} \cdot \lambda_2$

$\lambda_1 = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\} \cdot \lambda_1 \cup \{\mathtt{a}\} \cdot \lambda_2$

$\lambda_2 = \{\mathtt{b}\} \cdot \lambda_3$

$\lambda_3 = \{\mathtt{b}\} \cdot \lambda_4$

$\lambda_4 = \{\varepsilon\}$

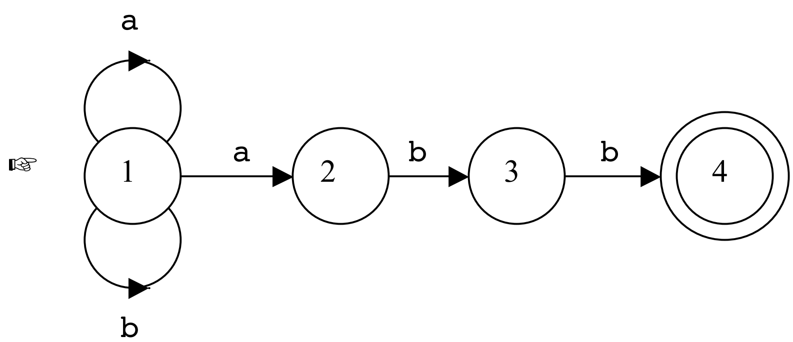
che ha per soluzione

$\lambda_4 = \{\varepsilon\} \qquad \lambda_3 = \{\mathtt{b}\} \qquad \lambda_2 = \{\mathtt{bb}\} \qquad \lambda_1 = \{\mathtt{a, b}\}^* \{\mathtt{abb}\}$

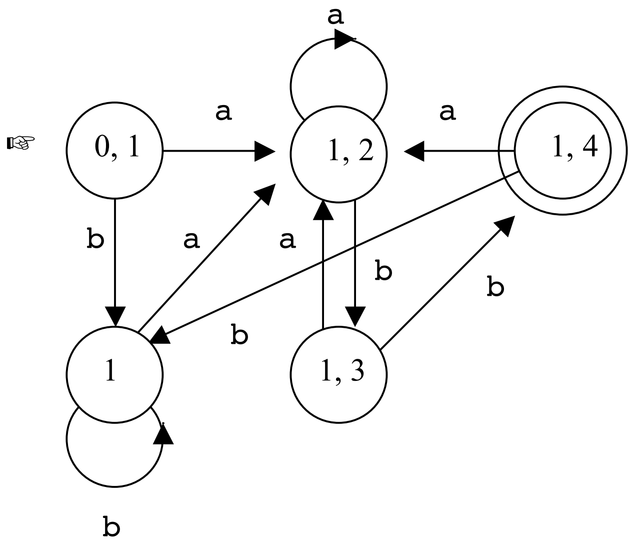
$$\lambda_0 = \{\mathtt{a, b}\}\{\mathtt{a, b}\}^* \{\mathtt{abb}\} \cup \{\mathtt{abb}\} = \{\mathtt{a, b}\}^+ \{\mathtt{abb}\} \cup \{\mathtt{abb}\}$$
$$= (\{\mathtt{a, b}\}^+ \cup \{\varepsilon\}) \{\mathtt{abb}\} = \{\mathtt{a, b}\}^* \{\mathtt{abb}\}$$

Pertanto, $(\mathtt{a}|\mathtt{b})^*(\mathtt{abb})$ è un'espressione regolare che denota il linguaggio accettato dall'automa finito stabile (e, quindi, da **A**).

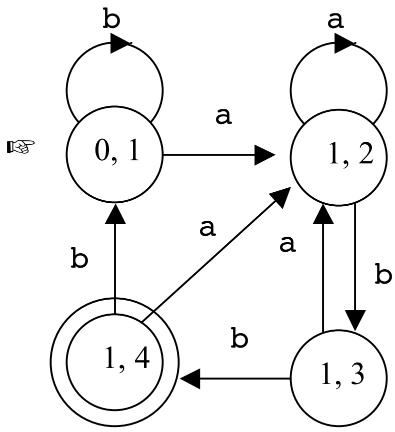
Si osservi che le equazioni per λ_0 e λ_1 sono identiche, la qual cosa prova che gli stati 0 ed 1 sono indistinguibili e che possiamo semplificare l'automa finito stabile **B** fondendo in un unico stato gli stati 0 ed 1:



Nota. Se si fosse applicato l'Algoritmo 4.2, si sarebbe ottenuto l'automa finito deterministico completo mostrato in Figura



Tenuto conto che gli stati {0, 1} e {1} sono indistinguibili, come automa finito deterministico completo di dimensione minima avremmo avuto l'automa finito mostrato in Figura

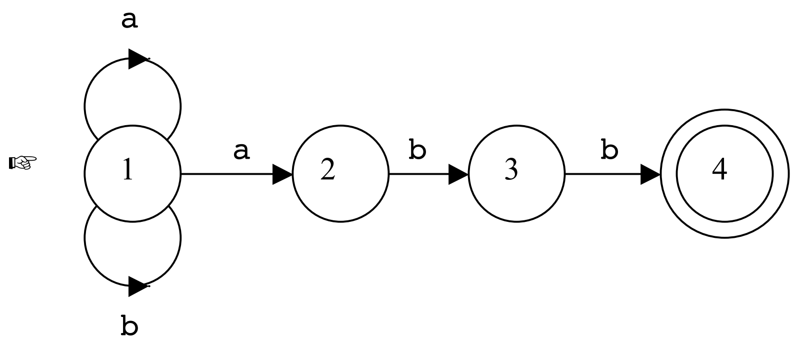


ed il sistema di equazioni a cui applicare il Lemma di Arden sarebbe meno semplice da risolvere.

1.2 Costruire una grammatica regolare **G** che generi il linguaggio accettato da **B**.

Soluzione

In maniera non ortodossa, anziché un automa finito deterministico possiamo utilizzare l'automa finito stabile



ed ottenere la grammatica regolare

S → aS | bS | aX

X → bY

Y → bZ

Z → ε

1.3 Costruire una grammatica acontestuale **H** in forma normale di Chomsky che sia equivalente a **G**. Quindi, applicare l'algoritmo CYK per verificare che la stringa `aabb` è una frase di **H** (e, quindi, di **G**).

Soluzione

Dopo l'eliminazione della produzione nulla si ottiene

$\mathtt{S} \rightarrow \mathtt{aS} \mid \mathtt{bS} \mid \mathtt{aX}$

$\mathtt{X} \rightarrow \mathtt{bY}$

$\mathtt{Y} \rightarrow \mathtt{b}$

e finalmente possiamo costruire una grammatica acontestuale **H** in forma normale di Chomsky equivalente a **G**

$\mathtt{S} \rightarrow \mathtt{AS} \mid \mathtt{BS} \mid \mathtt{AX}$

$\mathtt{X} \rightarrow \mathtt{BY}$

$\mathtt{Y} \rightarrow \mathtt{b}$

$\mathtt{A} \rightarrow \mathtt{a}$

$\mathtt{B} \rightarrow \mathtt{b}$

Quando applichiamo l'algoritmo CYK alla stringa `aabb` otteniamo nella casella in alto a destra della tabella il simbolo speciale `S`, la qual cosa prova che `aabb` è una frase di **H** (e, quindi, di **G**) .

Esercizio 2. Si consideri la grammatica acontestuale **G** = (*T*, *N*, `S`, *P*) dove *T* = {`(`, `)` , `a` , `,`}, *N* = {`S`, `L`} e *P* :

$\mathtt{S} \rightarrow \mathtt{(L)} \mid \mathtt{a}$

$\mathtt{L} \rightarrow \mathtt{L,S} \mid \mathtt{S}$

2.1 Fornire una derivazione sinistrorsa e destrorsa per ciascuna delle seguenti due frasi di **G**: `(a,a)` e `(a,(a,a))`.

Soluzione

Derivazioni sinistrorse		Derivazioni destrorse	
S	S	S	S
(L)	(L)	(L)	(L)
(L,S)	(L,S)	(L,S)	(L,S)
(S,S)	(S,S)	(L,a)	(L,(L))
(a,S)	(a,S)	(S,a)	(L,(L,S))
(a,a)	(a,(L))	(a,a)	(L,(L,a))
	(a,(L,S))		(L,(S,a))
	(a,(S,S))		(L,(a,a))
	(a,(a,S))		(S,(a,a))
	(a,(a,a))		(S,(a,a))

2.2 Costruire una grammatica **K** priva di produzioni ricorsive a sinistra che sia equivalente a **G**.

Soluzione

$S \rightarrow (L) \mid a$

$L \rightarrow SM$

$M \rightarrow ,SM \mid \varepsilon$

2.3 Costruire la tabella di controllo per l'analisi deduttiva delle frasi della grammatica **K** ed applicare il metodo deduttivo per il riconoscimento delle due frasi `(a,a)` e `(a,(a,a))` .

Soluzione

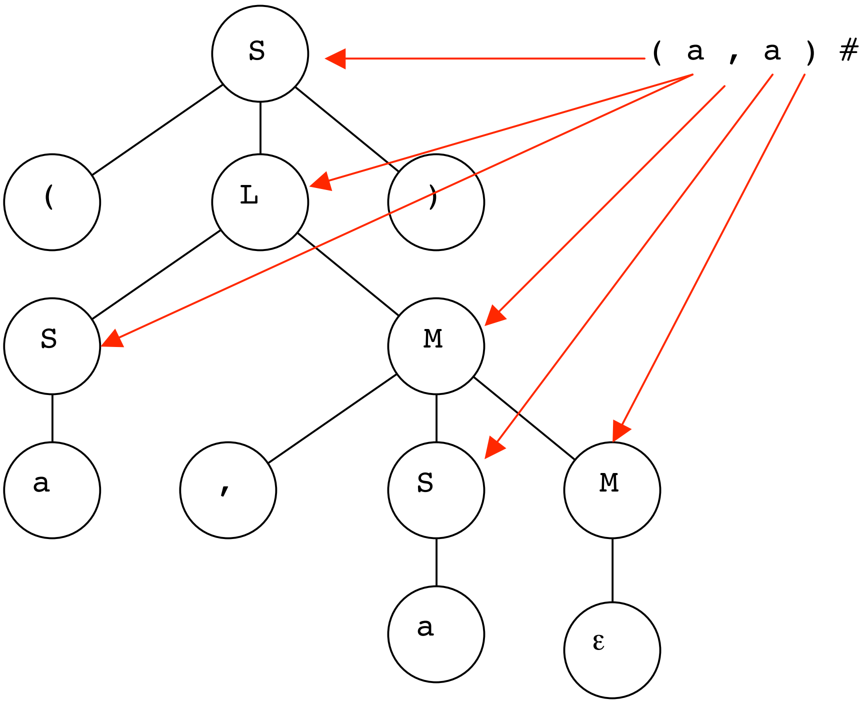
Tenuto conto che per la grammatica **K** abbiamo

$\mathcal{I}(S) = \{(, a\}$ $\mathcal{I}(L) = \{(, a\}$ $\mathcal{I}(M) = \{\varepsilon, ,\}$ $\mathcal{J}(M) = \{)\}$

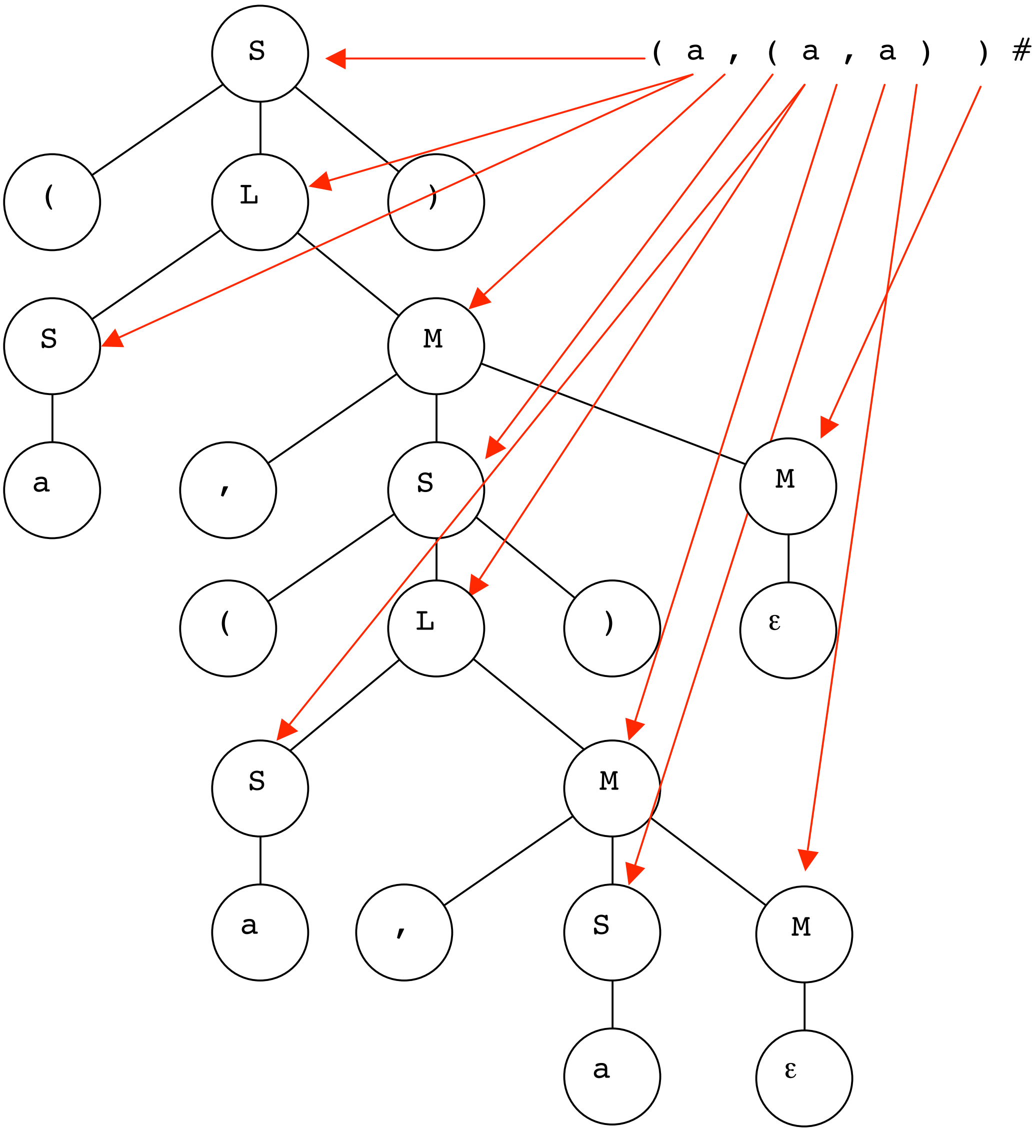
la tabella di controllo è

simbolo nonterminale	(	)	a	,	#
S	(L)		a		
L	SM		SM		
M		ε		,SM	

Così l'analisi deduttiva per `(a,a)` si svolge come segue



e l'analisi deduttiva per `(a,(a,a))` si svolge come segue


(a , (a , a)) #
S
(
L
)
S
M
a
,
S
M
(
L
)
ε
S
M
a
,
S
M
a
ε