# Informatica Generale
# Homework di Recupero 2018

docente: Ivano Salvo
Sapienza Università di Roma
email: salvo@di.uniroma1.it

## Istruzioni per l'Homework di Recupero

Ogni studente deve totalizzare 5 punti per superare gli Homework. Chi non ha fatto nessun Homework, deve scegliere 5 esercizi (pescando in tutti e 3 i gruppi *almeno* un esercizio e *mai più* di due esercizi da ciascun gruppo).

Chi ha fatto gli Homework, ma mancano un certo numero di punti, dovrà consegnare tanti esercizi quanti sono i punti che gli mancano. Dovrebbe anche scegliere dal gruppo corrispondente agli Homework mancanti. Ad esempio, se uno studente fosse andato male nell'Homework **3** (Alberi), dovrebbe fare gli esercizi dal Gruppo **3** (Alberi).

Gli Homework vanno consegnati al docente via mail, in qualunque momento, ma *almeno un paio di giorni prima* di un eventuale appello orale.

## Gruppo 1 (Naturali)

**Esercizio 1.1** Scrivere un programma C che presi in input due interi positivi $a$ ed $b$ $(a, b > 0)$ calcola il logaritmo intero di $a$ in base $b$.

Più formalmente, il programma deve restituire in output un numero intero $k$, per cui sia verificata la disuguaglianza $b^k \leq a < b^{k+1}$.

Esempi: Presi in input 63 e 2, il programma deve stampare 5, in quanto $2^5 = 32 \leq 63 < 64 = 2^6$. Presi in input 81 e 3, il programma deve stampare 4, in quanto $3^4 = 81 < 243 = 3^5$.

**Esercizio 1.2** Un intero positivo $n$ si dice *perfetto* se è uguale alla somma di tutti i suoi divisori propri. Ad esempio, $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$ è perfetto.

$n$ si dice *abbondante* se la somma di tutti i suoi divisori propri è maggiore di $n$. Ad esempio $24 < 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 8 + 12 = 36$ è abbondante. $n$ si dice *difettivo* se la somma di tutti i suoi divisori propri è minore di $n$. Ad esempio $27 > 1 + 3 + 9 = 13$.

Scrivere una programma C che preso in input un numero positivo $n$ stampi 0 se $n$ è un numero perfetto, $-1$ se è difettivo ed 1 se è abbondante.

**Esercizio 1.3** Dato un intero strettamente positivo $n$, definiamo il *successivo* di un naturale $n > 1$ come segue (1 non ha successivi):

$$\begin{array}{rcl} n/2 & \text{se} & n \text{ è pari} \\ 3n+1 & \text{se} & n \text{ è dispari} > 1 \end{array}$$

Scrivere un programma che letto in input un numero intero positivo $n$ produca in output il numero di passi necessari affinchè la sequenza che comincia con $n$ raggiunga il numero 1.

Esempio: La sequenza che comincia con 3, prosegue con 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1: quindi in questo caso il programma dovrebbe stampare 7.

**Esercizio 1.4** (Coppie). Possiamo codificare le coppie di naturali come segue. Prima codifichiamo l'unica coppia di somma 0 (0,0) con il numero 0, poi le coppie di somma 1, codificando con 1 la coppia (0,1) e con 2 la coppia (1,0), poi tutte le coppie di somma 2, assegnando 3 a (0,2), 4 a (1,1) e 5 a (2,0) e così via (vedi Figura 1). Il vostro programma dovrà leggere una coppia di interi e produrre in output la corrispondente codifica. Questo esercizio vi faccia riflettere sul fatto che l'insieme dei $\mathbb{N}$ dei naturali è equipotente all'insieme $\mathbb{Q}$ dei razionali [**Sugg:** riflettete sulla codifica delle coppie nella forma $(0, k)$].

Input: Due numeri interi, da leggersi con due `scanf("%d",&m)`.

Output: Un numero intero che rappresenta relativa codifica.

# Gruppo 2

**Esercizio 2.1** (Enigmistica: Lucchetto) Nel linguaggio enigmistico un *lucchetto* è un gioco caratterizzato dallo schema $XY + YZ \to XZ$.

Forse un informatico teorico direbbe piuttosto che prese tre parole (o sequenze) $w_1, w_2, w_3$ su un certo alfabeto di simboli $\Sigma$, $w_3$ è un lucchetto di $w_1$ e $w_2$ se e solo se esistono tre parole $x, y, z$ tale che $w_1 = xy$, $w_2 = yz$ e $w_3 = xz$.

Dovete scrivere un programma che legge due stringhe e produce in output il *lucchetto massimale* tra le due parole. Il programma deve quindi trovare

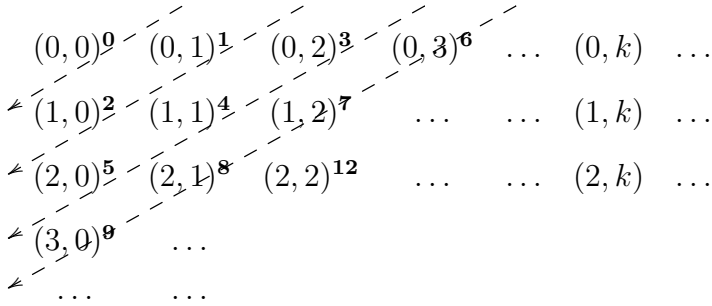


Figura 1: codifica *a coda di rondine* di Cantor dei "razionali"

la *più lunga* sequenza finale di $w_1$ che è uguale alla sequenza iniziale di $w_2$, e produrre in output il lucchetto risultante seguendo le regole sopra descritte (senza ovviamente preoccuparsi che il risultato abbia significato o meno nella lingua italiana).

ESEMPI: Se le parole di ingresso sono uguali, il risultato è la sequenza vuota. Se non esiste nessun suffisso della prima comune a un prefisso della seconda, allora il risultato è semplicemente la concatenazione delle due parole. Ad esempio se l'input fosse: `rara` e `mente` il vostro programma dovrebbe scrivere in output `raramente`. Attenzione però che in alcuni casi il lucchetto non è unico, ma voi dovete restituire il massimale. Ad esempio se l'input fosse `tono` e `onore` dovete scrivere in output `tre` e non `tonnore`.

**Esercizio 2.2** (ANAGRAMMI) Scrivere un programma C che legge in input due stringhe $s_1$ ed $s_2$ e verifica se $s_1$ è un anagramma di $s_2$. In caso affermativo, stampa `1`, altrimenti stampa `0`. Attenzione al fatto che eventuali caratteri ripetuti *devono avere lo stesso numero di occorrenze* in $s_1$ ed $s_2$.

ESEMPI: La stringa *roma* è anagramma di *mora*, ma non di *morra*.

**Esercizio 2.3** Considerare il problema di trovare il sotto-vettore di somma massima in un vettore di numeri. Il problema è interessante solo se il vettore contiene sia numeri positivi che negativi (se contenesse solo positivi, il sotto-vettore di somma massima è il vettore stesso, mentre se contenesse solo negativi, sarebbe il vettore vuoto). Ad esempio, dato il vettore in Fig. 2, il sotto-vettore di somma massima è quello compreso tra gli indici 2 e 6 (compresi).

Scrivere una funzione `int svSommaMax(int a[], int n, int* b, int* e)` che dato il vettore $a$ di interi di lunghezza $n$, restituisce la somma del sotto-vettore di somma massima e carica nelle variabili `b` ed `e` gli indici di

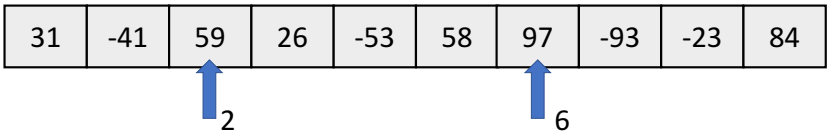



Figura 2: Esempio di vettore e relativo sotto-vettore di somma massima.

dove comincia e finisce tale sotto-vettore (seguendo il galateo del C, nel nostro esempio, si dovrebbe tornare 187 e caricare rispettivamente 2 e 7 in `b` ed `e`).

**Esercizio 2.4** [Matrice a spirale]. Scrivere un programma che legge un numero intero $n$ e crea una matrice a *spirale* $n \times n$.
Si mette in alto a sinistra (in posizione [0,0]) il numero 1 e poi, andando in senso *orario* verso il centro della matrice, si dispongono gli altri numeri 2,3,4, ... fino a $n^2$.

Ecco ad esempio le matrici a spirale di lato 3 e 4.

```
1  2  3          1  2  3  4
8  9  4         12 13 14  5
7  6  5         11 16 15  6
                10  9  8  7
```

**Input**: un numero intero $n$, dimensione della matrice.
**Output**: la matrice a spirale $n \times n$.

# Gruppo 3 (Alberi)

L'input degli esercizi di questa sezione è costituito da un numero intero $n$ che rappresenta il numero di nodi di un albero binario $T$ di interi e poi da $2n$ interi, di cui i primi $n$ sono il risultato di una visita *preorder* di $T$ e i secondi $n$ sono gli stessi interi, nell'ordine ottenuto da una visita *inorder* di $T$ (vedi Homework **3**). Sotto l'ipotesi che tutti i nodi *contengano informazioni distinte*, è possibile ricostruire in modo univoco l'albero binario $T$.

Infatti, la visita preorder ci permette di identificare in modo univoco la radice (che è il primo elemento della visita). Nella visita inorder la radice separa gli elementi del sottoalbero sinistro da quelli del sottoalbero destro. A questo punto, è possibile ricostruire il sottoalbero sinistro e destro riapplicando ricorsivamente lo stesso ragionamento, dopo aver opportunamente selezionato le sequenze di elementi che rappresentano le visite preorder e inorder del sottoalbero sinistro e del sottoalbero destro.

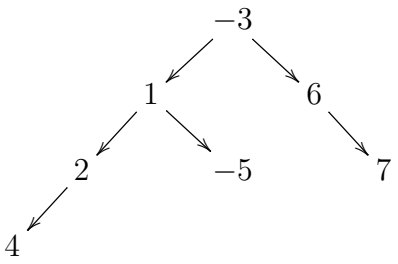
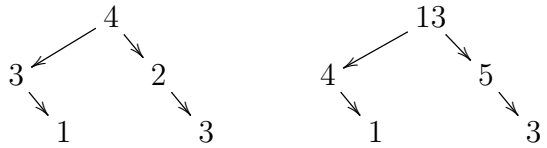



Figura 3: Albero binario nell'esempio

Esempio: Supponiamo di leggere come input il numero `7` e 14 numeri nel seguente ordine: `-3 1 2 4 -5 6 7 4 2 1 -5 -3 6 7`. L'albero corrispondente è mostrato in Fig. 5. Infatti, la visita preorder ci dice che -3 è la radice. Dopodichè, andando a vedere la visita inorder, è possibile scoprire che `4 2 1 -5` è la visita inorder del sottoalbero sinistro e `6 7` è la visita inorder del sottoalbero destro. Dato che anche nella visita preorder la visita del sottoalbero sinistro precede la visita del sottoalbero destro, possiamo dedurre che `1 2 4 -5` sia la visita preorder del sottoalbero sinistro e `6 7` la visita preorder del sottoalbero destro. Ora è possibile riapplicare ricorsivamente il ragionamento considerando la coppia di visite `4 2 1 -5` e `1 2 4 -5` per ricostruire il sottoalbero sinistro e la coppia di visite `6 7` e `6 7` per il sottoalbero destro.

**Esercizio 4.1** Leggete un albero di interi come descritto sopra. In output, occorre produrre l'albero in cui l'etichetta di ciascun nodo stata sostituita con la somma delle etichette sottoalbero radicato in quel nodo. Produrre come output la sequenza di interi corrispondente a una visita *inorder* dell'albero.

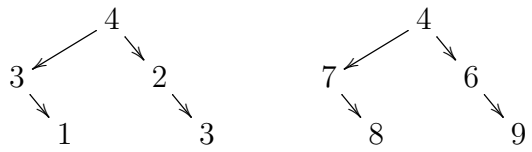
Esempio: Dato in input l'albero a sinistra, bisogna costruire l'albero a destra e produrre in output la sua visita inorder, senza andare a capo.




Output: `4 1 9 5 3`.

**Esercizio 4.2** Leggete un albero di interi come descritto sopra. In output, occorre produrre l'albero in cui l'etichetta di ciascun nodo stata sostituita con la somma delle etichette nel cammino che lega il nodo alla radice. Produrre come output la sequenza di interi corrispondente a una visita *postorder* dell'albero.

ESEMPIO: Dato in input l'albero a sinistra, bisogna costruire l'albero a destra e produrre in output la sua visita postorder, senza andare a capo.




OUTPUT: `8 7 9 6 4`.

**Esercizio 4.3** Diciamo che un albero binario di interi è *crescente* se percorrendo ogni cammino dell'albero si incontrano etichette ordinate in modo crescente.

Scrivere una funzione `C` di prototipo: `int prune(binTree B);` che ritorna 1 se l'albero $B$ è crescente e 0 altrimenti. Quando $B$ non è crescente, la funzione `prune` trasforma $B$ nel suo massimo prefisso crescente.

OSSERVAZIONI: osservate che il puntatore alla radice di $B$ non viene mai modificato dalla funzione `prune`, in quanto, alla peggio, la sola radice è sempre un prefisso crescente di $B$.

Possibilmente scrivete la funzione `prune` in modo che i sottoalberi cancellati vengano deallocati.

ESEMPI: Considerate gli alberi in Fig. 5 (prima riga). L'albero $A$ è crescente e quindi la funzione `prune` ritorna 1 e lo lascia immutato. Viceversa, la funzione `prune` risponde 0 su $B$ e $C$ e li trasforma rispettivamente negli alberi $B'$ e $C'$.

**Esercizio 4.4** Diremo che un albero binario di interi $A$ è *minore per tracce* di un albero di interi $B$ (notazione $A \preceq B$) se per ogni sequenza di etichette $p$ in un cammino di $A$, esiste un cammino in $B$ in cui incontro la stessa sequenza di etichette $p$.

Gli alberi $A$ e $B$ sono *equivalenti per tracce* se e solo se $A \preceq B$ e $B \preceq A$.

Scrivere un programma che legge 2 alberi binari di interi e che ritorna 1 se gli alberi in ingresso $A$ e $B$ sono equivalenti per tracce e 0 altrimenti.

ESEMPI: Presi gli alberi in Fig. 5, abbiamo chiaramente che $A \preceq C$ e $A \preceq B$. Osservate che la sequenza di etichette $\langle 11, 23, 19 \rangle$ si trova nell'albero $B$ nel cammino contenente le etichette $\langle 11, 23, 19, 42 \rangle$. Questo cammino è il controesempio che mostra che $B \not\preceq A$ e $B \not\preceq C$. Infine anche $C \preceq A$ e quindi $A$ e $C$ sono equivalenti per tracce.

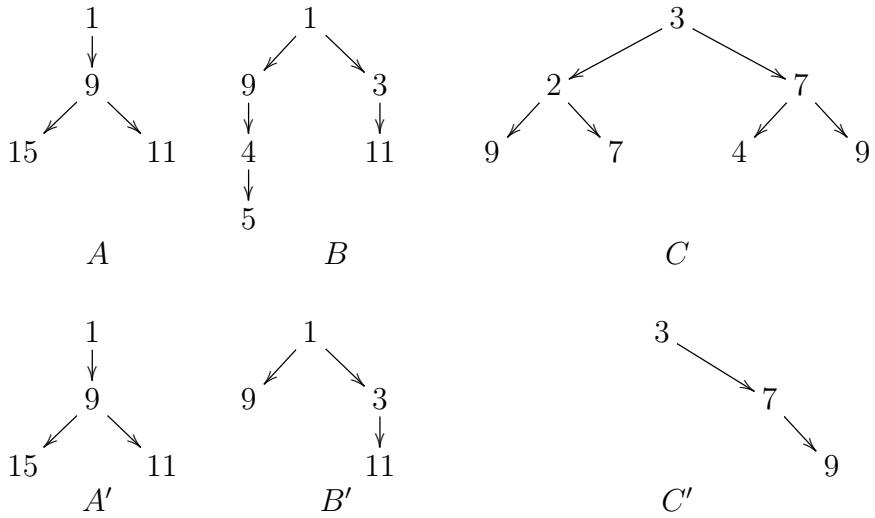



Figura 4: Alberi binari di esempio per l'esercizio **4.3**

SUGGERIMENTO: Organizzare il codice in funzioni che risolvono sottoproblemi più semplici. Scrivere una funzione C di prototipo: `int eqTrace(binTree A, binTree B);` che a sua volta chiama una funzioneche implementa $\preceq$.

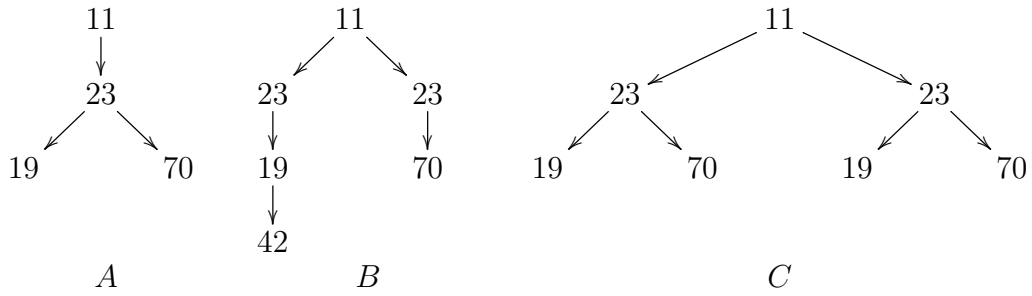



Figura 5: Alberi binari di esempio per l'esercizio **4.4**