

# Dispense per i corsi di

## Informatica generale

Corso di laurea in Matematica

e

## Introduzione agli Algoritmi

Corso di laurea in Informatica

Prof. Tiziana Calamoneri  
Prof. Giancarlo Bongiovanni

Questi appunti sono basati sul libro di Cormen, Leiserson e Rivest, "Introduzione agli algoritmi", McGraw Hill, adottato quale libro di testo del corso.

Essi rispecchiano piuttosto fedelmente il livello di dettaglio che viene seguito durante le lezioni, e costituiscono un ausilio didattico allo studio.

Tuttavia, è importante chiarire che gli appunti non vanno intesi come sostitutivi né del libro di testo né della frequenza alle lezioni, che rimangono fattori fondamentali per una buona preparazione dell'esame.



Licenza 2014 Giancarlo Bongiovanni e Tiziana Calamoneri

Distribuzione Creative Commons

Il lettore ha libertà di riprodurre, stampare, inoltrare via mail, fotocopiare, distribuire questa opera alle seguenti condizioni:

- Attribuzione: deve attribuire chiaramente la paternità dell'opera nei modi indicati dall'autore o da chi ha dato l'opera in licenza;
- Non commerciale: non può usare quest'opera per fini commerciali;
- Non opere derivate: Non può alterare o trasformare quest'opera, né usarla per crearne un'altra.

Licenza Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International  
(CC BY-NC-ND 4.0).

Testo completo: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/> )



# Indice

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1) Introduzione.....</b>  | <b>6</b>  |
| <b>1.1 Algoritmi .....</b>   | <b>7</b>  |
| <b>1.2 Strutture dati.....</b>   | <b>8</b>  |
| <b>1.3 Efficienza .....</b>  | <b>8</b>  |
| <b>1.4 Problem solving e problemi computazionali.....</b>                    | <b>9</b>  |
| <b>1.5 Modello del calcolatore .....</b>                                     | <b>11</b> |
| 1.5.1 Memoria .....  | 11        |
| 1.5.2 Random access machine .....  | 14        |
| <b>2) Notazione asintotica.....</b>  | <b>17</b> |
| <b>2.1 Notazione <math>O</math> (limite asintotico superiore).....</b>       | <b>17</b> |
| <b>2.2 Notazione <math>\Omega</math> (limite asintotico inferiore) .....</b> | <b>19</b> |
| <b>2.3 Notazione <math>\Theta</math> (limite asintotico stretto).....</b>    | <b>20</b> |
| <b>2.4 Algebra della notazione asintotica .....</b>                          | <b>21</b> |
| <b>2.5 Valutazione del costo computazionale di un algoritmo .....</b>        | <b>24</b> |
| <b>3) Il problema della ricerca .....</b>                                    | <b>31</b> |
| <b>3.1 Ricerca sequenziale.....</b>  | <b>31</b> |
| <b>3.2 Ricerca binaria .....</b>   | <b>33</b> |
| <b>3.3 Una curiosità: ricerca in tempo costante .....</b>                    | <b>35</b> |
| <b>4) La ricorsione .....</b>  | <b>36</b> |
| <b>4.1 Funzioni matematiche ricorsive .....</b>                              | <b>36</b> |
| <b>4.2 Algoritmi ricorsivi .....</b>   | <b>37</b> |
| 4.2.1 Calcolo del fattoriale .....   | 37        |
| 4.2.2 Ricerca sequenziale ricorsiva .....                                    | 40        |
| 4.2.3 Ricerca binaria ricorsiva.....   | 41        |
| 4.2.4 Calcolo dei numeri di Fibonacci .....                                  | 42        |
| <b>5) Equazioni di ricorrenza .....</b>                                      | <b>45</b> |
| <b>5.1 Metodo di sostituzione .....</b>                                      | <b>46</b> |
| <b>5.2 Metodo iterativo .....</b>  | <b>49</b> |
| <b>5.3 Metodo dell'albero .....</b>  | <b>52</b> |
| <b>5.4 Metodo del teorema principale .....</b>                               | <b>53</b> |
| 5.4.1 Enunciato del teorema principale .....                                 | 54        |



|   |            |
|---|------------|
| 5.4.2 Dimostrazione del teorema principale .....                        | 56         |
| <b>6) Il problema dell'ordinamento.....</b>                             | <b>62</b>  |
| <b>6.1 Algoritmi semplici .....</b>                                     | <b>62</b>  |
| 6.1.1 Insertion sort .....  | 63         |
| 6.1.2 Selection sort.....   | 64         |
| 6.1.3 Bubble sort .....   | 65         |
| <b>6.2 La complessità del problema dell'ordinamento.....</b>            | <b>66</b>  |
| <b>6.3 Algoritmi efficienti.....</b>                                    | <b>69</b>  |
| 6.3.1 Mergesort .....   | 69         |
| 6.3.2 Quicksort .....   | 74         |
| 6.3.3 Heapsort .....  | 81         |
| 6.3.4 Ordinamento in tempo lineare: counting sort e bucket sort.....    | 88         |
| <b>7) Strutture dati fondamentali.....</b>                              | <b>92</b>  |
| <b>7.1 Lista semplice .....</b>   | <b>96</b>  |
| <b>7.2 Lista doppia .....</b>   | <b>98</b>  |
| <b>7.3 Coda .....</b>   | <b>100</b> |
| <b>7.4 Coda con priorità .....</b>                                      | <b>102</b> |
| <b>7.5 Pila .....</b>   | <b>105</b> |
| <b>7.6 Albero.....</b>  | <b>109</b> |
| 7.6.1 Alberi binari .....   | 113        |
| 7.6.2 Rappresentazione in memoria degli alberi binari.....              | 115        |
| 7.6.3 Visita di alberi binari.....                                      | 118        |
| 7.6.4 Applicazioni delle visite di alberi .....                         | 121        |
| <b>8) Dizionari .....</b>   | <b>123</b> |
| <b>8.1 Tabelle ad indirizzamento diretto .....</b>                      | <b>124</b> |
| <b>8.2 Tabelle hash .....</b>   | <b>124</b> |
| 8.2.1 Risoluzione delle collisioni mediante liste di trabocco .....     | 127        |
| 8.2.2 Risoluzione delle collisioni mediante indirizzamento aperto ..... | 129        |
| <b>8.3 Alberi binari di ricerca.....</b>                                | <b>135</b> |
| 8.3.1 Ricerca in un albero binario di ricerca .....                     | 136        |
| 8.3.2 Inserimento in un albero binario di ricerca .....                 | 139        |
| 8.3.2 Ricerca di minimo, massimo, predecessore e successore .....       | 141        |
| 8.3.3 Eliminazione in un albero binario di ricerca .....                | 143        |



|  |            |
|--|------------|
| 8.4 Alberi Red-Black .....   | 146        |
| <b>9) Grafi .....</b>  | <b>153</b> |
| 9.1 Definizioni e semplici proprietà.....                                  | 153        |
| 9.2 Rappresentazione in memoria di grafi.....                              | 157        |
| 9.2.1 Liste di adiacenza.....  | 157        |
| 9.2.2 Matrice di adiacenza.....  | 158        |
| 9.2.3 Matrice di incidenza .....   | 158        |
| 9.2.4 Lista di archi.....  | 159        |
| 9.2.5 Confronti fra le rappresentazioni .....                              | 160        |
| 9.3 Visita di grafi.....   | 161        |
| 9.3.1 Alberi di visita .....   | 162        |
| 9.3.2 Visita in ampiezza (BFS) .....                                       | 163        |
| 9.3.3 Visita in profondità .....   | 168        |
| 9.3.4 Somiglianze fra la visita in ampiezza e la visita in profondità..... | 171        |
| 9.4 Reti e grafi .....   | 173        |
| 9.4.1 Algoritmo di Dijkstra per la ricerca dei cammini minimi .....        | 174        |
| 9.5 Alcuni problemi classici sui grafi.....                                | 183        |
| 9.5.1 Grafi euleriani .....  | 183        |
| 9.5.2 Grafi bipartiti ed accoppiamenti.....                                | 185        |
| 9.5.3 Colorazione di grafi e grafi planari.....                            | 189        |