

ESERCIZIO 1

In una sfera di raggio R , uniformemente carica con

densità di carica ρ è praticato un foro sferico con centro in O_1 e raggio $R/4$.

All'interno della sfera sono poste due cariche puntiformi

Q_1 e Q_2 a distanza dal centro rispettivamente $3R/4$ ed $R/2$.

Calcolare :

1) Il vettore campo elettrico in O

2) Il vettore campo elettrico in P .

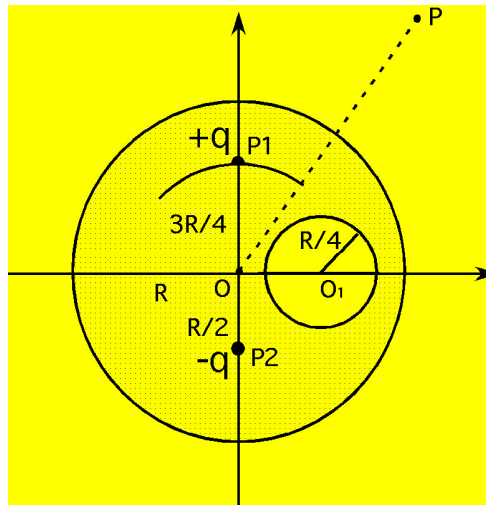
Immaginiamo di poter muovere la

carica Q_1 lungo l'arco di circonferenza (di raggio $3R/4$) indicato in figura.

3) Calcolare quanto debba valere la carica Q_1 ed in che posizione, sulla circonferenza, debba trovarsi affinché il campo in O risulti nullo.

$\rho = 10^{-4} \text{ C/m}^3$; $Q_1 = 2 \text{ C}$; $Q_2 = 1 \text{ C}$; $R = 1 \text{ m}$; $OO_1 = R/2$;

$OP = 2R$; $OP_1 = 3R/4$; $OP_2 = R/2$



$$\rho := 10^{-4} \text{ Coulomb/meter}^3$$

$$R := 1 \text{ meter}$$

$$Q_1 := 2 \text{ Coulomb}$$

$$Q_2 := 1 \text{ Coulomb}$$

1) Calcolo del valore di E in O

Carica equivalente del foro sferico:

$$Q_{O1} := \frac{4}{3} \pi \left(\frac{R}{4}\right)^3 \rho$$

Componente x del campo elettrico del foro sferico:

$$E_{Ox} := \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{Q_{O1}}{\left(\frac{R}{2}\right)^2}$$

N[EOx]

$$\frac{2.08333 \times 10^{-6} \text{Coulomb}}{\text{meter}^2 \text{VacuumPermittivity}}$$

Componente y del campo elettrico del foro sferico:

$$EOy := \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \left(\frac{Q2}{\left(\frac{R}{2}\right)^2} - \frac{Q1}{\left(\frac{3R}{4}\right)^2} \right)$$

Angolo del campo elettrico del foro sferico:

$$tga := \frac{EOy}{EOx}$$

N[tga]

16 976.5

$$\alpha := \text{ArcTan}[tga]$$

$$N[\alpha] \frac{180}{\pi}$$

89.9966

$$EO := \sqrt{EOx^2 + EOy^2}$$

N[EO]

$$0.0353678 \sqrt{\frac{\text{Coulomb}^2}{\text{meter}^4 \text{VacuumPermittivity}^2}}$$

3) Calcolo del valore di Q1 per annullare E in O

$$E1x := EOx$$

$$E1y := \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{Q2}{\left(\frac{R}{2}\right)^2}$$

$$tga1 := \frac{E1y}{EOx}$$

N[tga1]

152 789.

$$\alpha1 := \text{ArcTan}[tga1]$$

$$N[\alpha1] \frac{180}{\pi}$$

89.9996

$$E1 := \sqrt{EOx^2 + E1y^2}$$

N[E1]

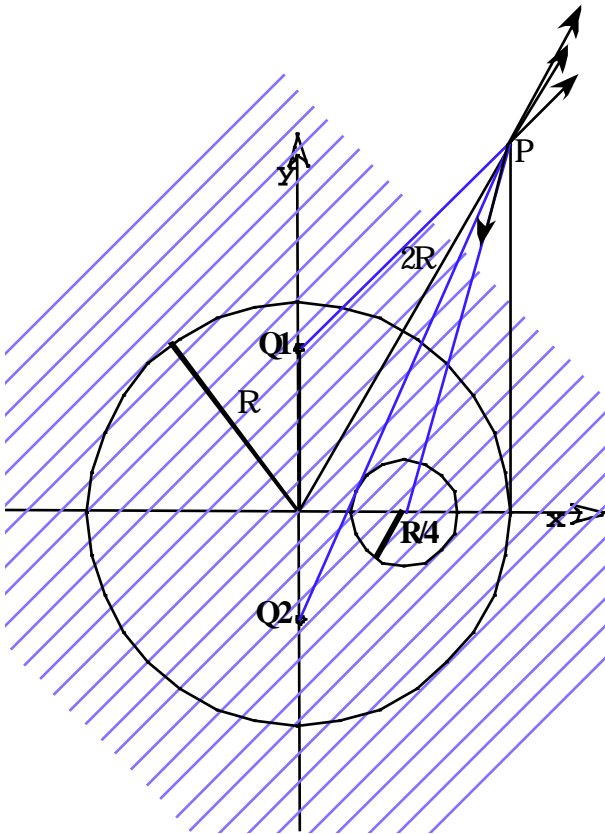
$$0.31831 \sqrt{\frac{\text{Coulomb}^2}{\text{meter}^4 \text{VacuumPermittivity}^2}}$$

$$Q1b := 4 \pi \epsilon_0 \left(\frac{3 R}{4} \right)^2 E1$$

N[Q1b]

$$2.25 \text{ meter}^2 \sqrt{\frac{\text{Coulomb}^2}{\text{meter}^4 \text{VacuumPermittivity}^2}} \text{VacuumPermittivity}$$

2) Calcolo del valore di E in P



$$Qsfera := \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$$

$$OPx := R$$

$$OPy := \sqrt{3} R$$

$$OP := 2 R$$

$$OP\alpha := \text{ArcTan} \left[\frac{OPy}{OPx} \right]$$

$$OP\alpha\text{Deg} := \text{ArcTan} \left[\frac{OPy}{OPx} \right] \frac{180}{\pi}$$

N[OPaDeg]

60.

Distanza del centro del foro in O1 da P

$$O1P := \sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2 + 3R^2}$$

N[O1P]

$$1.80278 \sqrt{\text{meter}^2}$$

$$O1Py := R \sqrt{3}$$

$$O1Px := \frac{R}{2}$$

$$O1Pa := \text{ArcTan}\left[\frac{O1Py}{O1Px}\right]$$

$$O1PaDeg := \text{ArcTan}\left[\frac{O1Py}{O1Px}\right] \frac{180}{\pi}$$

N[O1PaDeg]

73.8979

Distanza della carica Q1 da P

$$Q1Py := R \left(\sqrt{3} - \frac{3}{4}\right)$$

$$Q1Px := R$$

$$Q1Pa := \text{ArcTan}\left[\frac{Q1Py}{Q1Px}\right]$$

$$Q1PaDeg := \text{ArcTan}\left[\frac{Q1Py}{Q1Px}\right] \frac{180}{\pi}$$

N[Q1PaDeg]

44.4812

$$Q1P := R \sqrt{\left(\sqrt{3} - \frac{3}{4}\right)^2 + 1}$$

Distanza della carica Q2 da P

$$Q2Py := R \left(\sqrt{3} + \frac{1}{2}\right)$$

$$Q2Px := R$$

$$Q2Pa := \text{ArcTan}\left[\frac{Q2Py}{Q2Px}\right]$$

$$Q2PaDeg := \text{ArcTan}\left[\frac{Q2Py}{Q2Px}\right] \frac{180}{\pi}$$

N[Q2PaDeg]

65.8667

$$Q2P := R \sqrt{\left(\sqrt{3} + \frac{1}{2}\right)^2 + 1}$$

$$EPY := \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \left(\left(\frac{QSfera}{OP^2} \right) \sin[OP\alpha] + \left(\frac{Q1}{Q1P^2} \right) \sin[Q1P\alpha] + \left(\frac{Q2}{Q2P^2} \right) \sin[Q2P\alpha] - \left(\frac{QO1}{O1P^2} \right) \sin[O1P\alpha] \right)$$

N[EPY]

0.0689148 Coulomb

meter² VacuumPermittivity

$$EPX := \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \left(\left(\frac{QSfera}{OP^2} \right) \cos[OP\alpha] + \left(\frac{Q1}{Q1P^2} \right) \cos[Q1P\alpha] + \left(\frac{Q2}{Q2P^2} \right) \cos[Q2P\alpha] + \left(\frac{QO1}{O1P^2} \right) \cos[O1P\alpha] \right)$$

$$EP\alpha := \text{ArcTan} \left[\frac{EPY}{EPX} \right] \frac{180}{\pi}$$

N[EPα]

47.455

$$EP := \sqrt{EPX^2 + EPY^2}$$

N[EP]

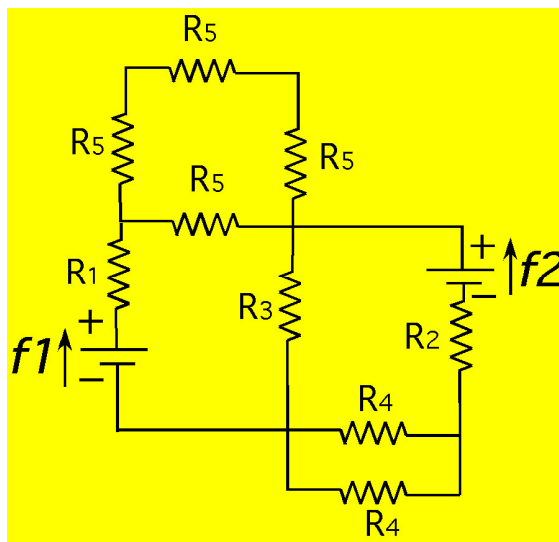
$$0.0935393 \sqrt{\frac{\text{Coulomb}^2}{\text{meter}^4 \text{VacuumPermittivity}^2}}$$

ESERCIZIO 2

Dati due generatori rispettivamente di forza elettromotrice **f1** ed **f2** calcolare

- 1) Il numero di maglie indipendenti.
- 2) La differenza di potenziale ai capi di R3.
- 3) La corrente che scorre in R3.

$$R1=1\Omega; R2=2\Omega; R3=3\Omega; R4=4\Omega; R5=5\Omega; \square=10\text{ V}; \square=5\text{V}$$



$$R1 := 1 \text{ Ohm}$$

$$R2 := 2 \text{ Ohm}$$

$$R3 := 3 \text{ Ohm}$$

$$R4 := 4 \text{ Ohm}$$

$$R5 := 5 \text{ Ohm}$$

$$R6 := 6 \text{ Ohm}$$

$$f1 := 10 \text{ Volt}$$

$$f2 := 5 \text{ Volt}$$

$$R_{II} := \frac{R5 (2 R5 + R6)}{3 R5 + R6}$$

N[R_{II}]

$$3.80952 \text{ Ohm}$$

$$\text{Solve}\left[\left\{\left(R1 + R11 + R3\right) x - R3 y == f1 \ \&\& \ -R3 x + \left(R2 + R3 + \frac{R4}{2}\right) y == -f2\right\}, \{x, y\}\right]$$

$$\left\{\left\{x \rightarrow \frac{165 \text{ Volt}}{137 \text{ Ohm}}, y \rightarrow -\frac{190 \text{ Volt}}{959 \text{ Ohm}}\right\}\right\}$$

Solve[

$$\left\{\left(3 R5 + R6\right) x - R5 y == 0 \ \&\& \ -R5 x + \left(R1 + R5 + R3\right) y - R3 z == f1 \ \&\& \ -R3 y + \left(R2 + R3 + \frac{R4}{2}\right) z == -f2\right\},$$

$$\{x, y, z\}$$

$$\left\{\left\{x \rightarrow \frac{275 \text{ Volt}}{959 \text{ Ohm}}, y \rightarrow \frac{165 \text{ Volt}}{137 \text{ Ohm}}, z \rightarrow -\frac{190 \text{ Volt}}{959 \text{ Ohm}}\right\}\right\}$$

I1s := 275 / 959 Ampere

N[I1s]

0.286757 Ampere

I2s := $\frac{165}{137}$ Ampere

N[I2s]

1.20438 Ampere

I3s := -190 / 959 Ampere

N[I3s]

-0.198123 Ampere

Corrente che scorre in R6:

IR6 := I1s

N[I1s]

0.286757 Ampere

Corrente che scorre in R3:

IR3 := I2s - I3s

N[IR3]

1.4025 Ampere

Tensione ai capi di R3

VR3 := IR3 R3

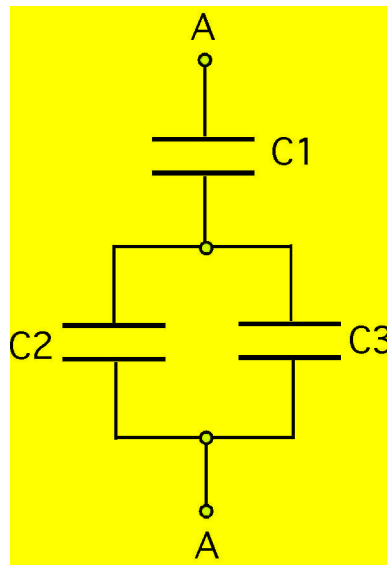
N[VR3]

4.20751 Ampere Ohm

ESERCIZIO 3

Dato il sistema di condensatori in figura calcolare:

- 1) La capacità totale del sistema.
- 2) Calcolare la carica e la differenza di potenziale ai capi di ciascun condensatore.

 $V_{AB}=30\text{ V}$; $C1=1\ \mu\text{F}$; $C2=2\ \mu\text{F}$; $C3=3\ \mu\text{F}$ 

V := 30 Volt

C1 := 10^{-6} FaradC2 := $2 \cdot 10^{-6}$ FaradC3 := $3 \cdot 10^{-6}$ Farad
$$C_{\text{tot}} := \frac{(C1 (C2 + C3))}{C1 + C2 + C3}$$

N[Ctot]

 8.33333×10^{-7} Farad**La carica su C1 e' Qtot:**

Qtot := V Ctot

N[Qtot]

0.000025 Farad Volt

La tensione su C1 e' V1:

V1 := Qtot / C1

N[V1]

25. Volt

La tensione su C2 e C3 e' V2:

$V2 := Q_{tot} / (C2 + C3)$

N[V2]

5. Volt

La carica su C2 e' Q2:

$Q2 := C2 V2$

N[Q2]

0.00001 Farad Volt

La carica su C3 e' Q3:

$Q3 := C3 V2$

N[Q3]

0.000015 Farad Volt