**Automi, calcolabilità e complessità**
**Prova intermedia del 9/11/2016**
**Prof.ssa E. Fachini**

**Prova n. 1**

1) Si illustri la costruzione di un PDA che accetta il linguaggio generato da una CFG.
   Sol. si veda il libro di testo.

2) Si dimostri che se F è un linguaggio finito e L non è regolare allora L - F non è regolare.

Poiché L= (L - F) ∪ (L ∩ F), se L - F fosse regolare allora lo sarebbe anche L, in virtù delle proprietà di chiusura della classe dei linguaggi regolari, e del fatto che L ∩ F è finito e quindi regolare.

3) Si consideri il linguaggio L = {w | w contiene le sottoparole 01 e 10 nello stesso numero, 01 e 10 non devono sovrapporsi}. Si dimostri che L non è regolare.

Sol. Per ogni n >0, sia w = $(01)^n(10)^n$ , w è in L ed è di lunghezza maggiore o uguale a n.
Comunque prendiamo x,y,z tali che w = xyz, con $|xy| \leq n$ e $|y| \geq 1$, facciamo vedere che possiamo prendere un valore di i tale $xy^iz$ non è in L.
Ci sono vari casi da prendere in considerazione, per tutti vale che, prendendo i=0, xz non è in L
1. $x = (01)^r$, $y = (01)^s$ e $z = (01)^t (10)^n$ con s>0, r+s+t = n e $2r+2s \leq n$,
2. $x = (01)^r 0$, $y = 1(01)^s$ e $z = (01)^t (10)^n$ con $s\geq 0$, r+s+t+1= n e $2r+2s +2 \leq n$,
3. $x = (01)^r$ , $y = (01)^s 0$ e $z = 1(01)^t (10)^n$ con $s\geq 0$, r+s+t+1= n e $2r+2s +1 \leq n$,
4. $x = (01)^r 0$, $y = 1(01)^s 0$ e $z = 1(01)^t (10)^n$ con $s\geq 0$, r+s+t+2= n e $2r+2s+3 \leq n$.

**Automi, calcolabilità e complessità**
**Prova intermedia del 9/11/2016**
**Prof.ssa E. Fachini**

**Prova n. 2**

1) Si illustri la costruzione di un DFA che accetta il linguaggio denotato da un'espressione regolare.
   Sol. Si consulti il libro di testo

2) Si illustri l'algoritmo per determinare se il linguaggio generato da una CFG è vuoto, esemplificandone poi l'esecuzione sulla grammatica G:

$S \rightarrow aSb \mid A$
$A \rightarrow bAa \mid ab$

Sol. Si consultino i lucidi, lezione su proprietà di chiusura e problemi di decisione per CFG

3) Si dimostri che il linguaggio L= {w | w è in {0,1}* e |w| è di lunghezza dispari di centro 0} non è regolare, usando il pumping lemma.

Sol. Per ogni n, sia $w = 1^n01^n$ , w è in L ed è di lunghezza maggiore o uguale a n.

Comunque prendiamo x,y,z tali che w=xyz, tali che $|xy| \leq n$ facciamo vedere che possiamo prendere un valore di i tale $xy^iz$ non è in L.
Qui in ogni caso y è formato di soli 1 e quindi prendendo i=0 se ne diminuisce il numero di almeno uno, quindi la parola che resta non è in L, perchè non è più una parola di lunghezza dispari di centro 0, infatti o è di lunghezza pari o è di lunghezza dispari ma di centro 1.
Formalmente
$x = 1^r$, $y = 1^s$ e $z = 1^t01^n$ con r+s+t=p, s≥1 e r+s<p, prendendo i=0 consideriamo la parola $xy^0z= 1^r1^t\, 01^n$ con r+t<n. Allora r+t+1+n può essere pari e la parola non è in L, oppure è dispari, ma il centro di xz non può essere 0, quindi ancora la parola non è in L.