Esercizio 1

1. Quali delle seguenti proprietà sono decidibili e quali indecidibili? Si fornisca una prova. Si usi il teorema di Rice quando possibile, per mostrare l'indecidibilità.

1. **L1 = {<M> | M è una TM e M ha più di 50 stati}**
2. **L2 = {<M> | M è una TM e L(M) è riconoscibile da una TM M' con più di 50 stati}**
3. **L3 = {<M> | M è una TM e L(M) contiene tutte le parole palindrome}**

Esercizio 1

1. Quali delle seguenti proprietà sono decidibili e quali indecidibili? Si fornisca una prova. Si usi il teorema di Rice quando possibile, per mostrare l'indecidibilità.
    1. L1 = {<M> | M è una TM e M ha più di 50 stati}
    2. L2 = {<M> | M è una TM e L(M) è riconoscibile da una TM M' con più di 50 stati}
    3. L3 = {<M> | M è una TM e L(M) contiene tutte le parole palindrome}

1 è banalmente decidibile perchè basta esaminare la codifica della TM in input e contarne gli stati.

Esercizio 1

1. Quali delle seguenti proprietà sono decidibili e quali indecidibili? Si fornisca una prova.
Si usi il teorema di Rice quando possibile, per mostrare l'indecidibilità.
    1. L1 = {<M> | M è una TM e M ha più di 50 stati}
    2. L2 = {<M> | M è una TM e L(M) è riconoscibile da una TM M' con più di 50 stati}
    3. L3 = {<M> | M è una TM e L(M) contiene tutte le parole palindrome}

1 è banalmente decidibile perchè basta esaminare la codifica della TM in input e contarne gli stati.

2 {<M> | è una TM e L(M) è riconoscibile da una TM M' con più di 50 stati} è l' insieme di tutte le TM perchè posso sempre costruire una TM equivalente ad una data aumentando il numero degli stati fino ad averne più di 50.

Esercizio 1

1. Quali delle seguenti proprietà sono decidibili e quali indecidibili? Si fornisca una prova. Si usi il teorema di Rice quando possibile, per mostrare l’indecidibilità.
    1. L1 = {<M> | M è una TM e M ha più di 50 stati}
    2. L2 = {<M> | M è una TM e L(M) è riconoscibile da una TM M’ con più di 50 stati}
    3. L3 = {<M> | M è una TM e L(M) contiene tutte le parole palindrome}

1 è banalmente decidibile perchè basta esaminare la codifica della TM in input e contarne gli stati.

2 {<M> | è una TM e L(M) è riconoscibile da una TM M’ con più di 50 stati} è l’ insieme di tutte le TM perchè posso sempre costruire una TM equivalente ad una data aumentando il numero degli stati fino ad averne più di 50.
Poichè la proprietà di essere una TM è decidibile, l’insieme è decidibile. Si tratta di esaminare la stringa binaria in input e verificare se è la codifica di una TM.

Esercizio 1

1. Quali delle seguenti proprietà sono decidibili e quali indecidibili? Si fornisca una prova. Si usi il teorema di Rice quando possibile, per mostrare l'indecidibilità.
    1. L1 = {<M> | M è una TM e M ha più di 50 stati}
    2. L2 = {<M> | M è una TM e L(M) è riconoscibile da una TM M' con più di 50 stati}
    3. L3 = {<M> | M è una TM e L(M) contiene tutte le parole palindrome}

1 è banalmente decidibile perchè basta esaminare la codifica della TM in input e contarne gli stati.

2 {<M> | è una TM e L(M) è riconoscibile da una TM M' con più di 50 stati} è l' insieme di tutte le TM perchè posso sempre costruire una TM equivalente ad una data aumentando il numero degli stati fino ad averne più di 50.
Poichè la proprietà di essere una TM è decidibile, l'insieme è decidibile. Si tratta di esaminare la stringa binaria in input e verificare se è la codifica di una TM.

3 è una proprietà non banale della classe dei linguaggi Turing riconoscibili e quindi è indecidibile per il teorema di Rice. La TM T1 che riconosce il linguaggio vuoto è un esempio di TM non in L3, mentre la TM T2 che accetta tutte le stringhe binarie è un esempio di TM in L3.

Esercizio 2

3. Si dimostri che il complemento di All_{TM} ={<M> | M è una TM e L(M)={0,1}*} non è Turing riconoscibile.
Da questo risultato potremmo dedurre che l'equivalenza non è decidibile? Si motivi la risposta.

Esercizio 2

3. Si dimostri che il complemento di All_{TM} =\{<M> | M è una TM e L(M)=\{0,1\}*\} non è Turing riconoscibile.
Da questo risultato potremmo dedurre che l'equivalenza non è decidibile? Si motivi la risposta.

Poiché sappiamo che $\neg A_{TM}$ non è Turing riconoscibile dobbiamo fare la seguente riduzione $\neg A_{TM} \leq_m \neg All_{TM}$ che equivale alla riduzione $A_{TM} \leq_m All_{TM}$.

Esercizio 2

3. Si dimostri che il complemento di All_{TM} ={<M> | M è una TM e L(M)={0,1}*} non è Turing riconoscibile.
Da questo risultato potremmo dedurre che l'equivalenza non è decidibile? Si motivi la risposta.

Poiché sappiamo che $\neg A_{TM}$ non è Turing riconoscibile dobbiamo fare la seguente riduzione $\neg A_{TM} \leq_m \neg All_{TM}$ che equivale alla riduzione $A_{TM} \leq_m All_{TM}$.
Associamo a <M,w> un TM T tale che w è in L(M) sse L(T)={0,1}*.

Esercizio 2

3. Si dimostri che il complemento di All_{TM} ={<M> | M è una TM e L(M)={0,1}*} non è Turing riconoscibile.
Da questo risultato potremmo dedurre che l'equivalenza non è decidibile? Si motivi la risposta.

Poiché sappiamo che $\neg A_{TM}$ non è Turing riconoscibile dobbiamo fare la seguente riduzione $\neg A_{TM} \leq_m \neg All_{TM}$ che equivale alla riduzione $A_{TM} \leq_m All_{TM}$.
Associamo a <M,w> un TM T tale che w è in L(M) sse L(T)={0,1}*.

T:

Esercizio 2

3. Si dimostri che il complemento di All_{TM} =$\{$<M> | M è una TM e L(M)=$\{0,1\}^*\}$ non è Turing riconoscibile.
Da questo risultato potremmo dedurre che l'equivalenza non è decidibile? Si motivi la risposta.

Poiché sappiamo che $\neg A_{TM}$ non è Turing riconoscibile dobbiamo fare la seguente riduzione $\neg A_{TM} \leq_m \neg All_{TM}$ che equivale alla riduzione $A_{TM} \leq_m All_{TM}$.
Associamo a <M,w> un TM T tale che w è in L(M) sse L(T)=$\{0,1\}^*$.

T:
input x

Esercizio 2

3. Si dimostri che il complemento di All_{TM} ={<M> | M è una TM e L(M)={0,1}*} non è Turing riconoscibile.
Da questo risultato potremmo dedurre che l'equivalenza non è decidibile? Si motivi la risposta.

Poiché sappiamo che $\neg A_{TM}$ non è Turing riconoscibile dobbiamo fare la seguente riduzione $\neg A_{TM} \leq_m \neg All_{TM}$ che equivale alla riduzione $A_{TM} \leq_m All_{TM}$.
Associamo a <M,w> un TM T tale che w è in L(M) sse L(T)={0,1}*.

T:
input x
se w≠x accetta altrimenti

Esercizio 2

3. Si dimostri che il complemento di All_{TM} $=\{\langle M\rangle \mid M$ è una TM e $L(M)=\{0,1\}^*\}$ non è Turing riconoscibile.
Da questo risultato potremmo dedurre che l'equivalenza non è decidibile? Si motivi la risposta.

Poiché sappiamo che $\neg A_{TM}$ non è Turing riconoscibile dobbiamo fare la seguente riduzione $\neg A_{TM} \leq_m \neg All_{TM}$ che equivale alla riduzione $A_{TM} \leq_m All_{TM}$.
Associamo a <M,w> un TM T tale che w è in L(M) sse L(T)={0,1}*.

T:
input x
se w≠x accetta altrimenti
se M accetta w allora accetta

Esercizio 2

3. Si dimostri che il complemento di All_{TM} ={<M> | M è una TM e L(M)={0,1}*} non è Turing riconoscibile.
Da questo risultato potremmo dedurre che l'equivalenza non è decidibile? Si motivi la risposta.

Poiché sappiamo che ¬ A_{TM} non è Turing riconoscibile dobbiamo fare la seguente riduzione ¬ $A_{TM} \leq_m$ ¬ All_{TM} che equivale alla riduzione $A_{TM} \leq_m All_{TM}$.
Associamo a <M,w> un TM T tale che w è in L(M) sse L(T)={0,1}*.

T:
input x
se w≠x accetta altrimenti
se M accetta w allora accetta
se M rifiuta w rifiuta

Esercizio 2

3. Si dimostri che il complemento di All_{TM} =$\{<M> \mid M$ è una TM e $L(M)=\{0,1\}^*\}$ non è Turing riconoscibile.
Da questo risultato potremmo dedurre che l'equivalenza non è decidibile? Si motivi la risposta.

Poiché sappiamo che $\neg A_{TM}$ non è Turing riconoscibile dobbiamo fare la seguente riduzione $\neg A_{TM} \leq_m \neg All_{TM}$ che equivale alla riduzione $A_{TM} \leq_m All_{TM}$.
Associamo a <M,w> un TM T tale che w è in L(M) sse L(T)={0,1}*.

T:
input x
se w≠x accetta altrimenti
se M accetta w allora accetta
se M rifiuta w rifiuta

Se w è in L(M) allora L(T) = {0,1}* perché T accetta tutte le parole.

Esercizio 2

3. Si dimostri che il complemento di All_{TM} =$\{<M> \mid M$ è una TM e $L(M)=\{0,1\}^*\}$ non è Turing riconoscibile.
Da questo risultato potremmo dedurre che l'equivalenza non è decidibile? Si motivi la risposta.

Poiché sappiamo che $\neg A_{TM}$ non è Turing riconoscibile dobbiamo fare la seguente riduzione $\neg A_{TM} \leq_m \neg All_{TM}$ che equivale alla riduzione $A_{TM} \leq_m All_{TM}$.
Associamo a $<M,w>$ un TM T tale che w è in L(M) sse $L(T)=\{0,1\}^*$.

T:
input x
se $w \neq x$ accetta altrimenti
se M accetta w allora accetta
se M rifiuta w rifiuta

Se w è in L(M) allora $L(T) = \{0,1\}^*$ perché T accetta tutte le parole.
Viceversa se w non è in L(M) allora o M rifiuta w o M non si ferma su w, in entrambi i casi anche T non accetta w e

Esercizio 2

3. Si dimostri che il complemento di All_{TM} =\{<M> | M è una TM e L(M)=\{0,1\}*\} non è Turing riconoscibile.
Da questo risultato potremmo dedurre che l'equivalenza non è decidibile? Si motivi la risposta.

Poiché sappiamo che $\neg A_{TM}$ non è Turing riconoscibile dobbiamo fare la seguente riduzione $\neg A_{TM} \leq_m \neg All_{TM}$ che equivale alla riduzione $A_{TM} \leq_m All_{TM}$.
Associamo a <M,w> un TM T tale che w è in L(M) sse L(T)=\{0,1\}*.

T:
input x
se w≠x accetta altrimenti
se M accetta w allora accetta
se M rifiuta w rifiuta

Se w è in L(M) allora L(T) = \{0,1\}* perché T accetta tutte le parole.
Viceversa se w non è in L(M) allora o M rifiuta w o M non si ferma su w, in entrambi i casi anche T non accetta w e quindi L(T) = \{0,1\}* - \{w\} ≠ \{0,1\}*

Esercizio 2

3. Si dimostri che il complemento di All_{TM} =\{<M> | M è una TM e L(M)=\{0,1\}*\} non è Turing riconoscibile.
Da questo risultato potremmo dedurre che l'equivalenza non è decidibile? Si motivi la risposta.

Poiché sappiamo che $\neg A_{TM}$ non è Turing riconoscibile dobbiamo fare la seguente riduzione $\neg A_{TM} \leq_m \neg All_{TM}$ che equivale alla riduzione $A_{TM} \leq_m All_{TM}$.
Associamo a <M,w> un TM T tale che w è in L(M) sse L(T)=\{0,1\}*.

T:
input x
se w≠x accetta altrimenti
se M accetta w allora accetta
se M rifiuta w rifiuta

Se w è in L(M) allora L(T) = \{0,1\}* perché T accetta tutte le parole.
Viceversa se w non è in L(M) allora o M rifiuta w o M non si ferma su w, in entrambi i casi anche T non accetta w e quindi L(T) = \{0,1\}* - \{w\} ≠ \{0,1\}*

II risposta.

Esercizio 2

3. Si dimostri che il complemento di All_{TM} =$\{<M> \mid M$ è una TM e $L(M)=\{0,1\}^*\}$ non è Turing riconoscibile.
Da questo risultato potremmo dedurre che l'equivalenza non è decidibile? Si motivi la risposta.

Poiché sappiamo che $\neg A_{TM}$ non è Turing riconoscibile dobbiamo fare la seguente riduzione $\neg A_{TM} \leq_m \neg All_{TM}$ che equivale alla riduzione $A_{TM} \leq_m All_{TM}$.
Associamo a <M,w> un TM T tale che w è in L(M) sse $L(T)=\{0,1\}^*$.

T:
input x
se $w \neq x$ accetta altrimenti
se M accetta w allora accetta
se M rifiuta w rifiuta

Se w è in L(M) allora $L(T) = \{0,1\}^*$ perché T accetta tutte le parole.
Viceversa se w non è in L(M) allora o M rifiuta w o M non si ferma su w, in entrambi i casi anche T non accetta w e quindi $L(T) = \{0,1\}^* - \{w\} \neq \{0,1\}^*$

II risposta.
All_{TM} è indecidibile visto che il suo complemento lo è, come abbiamo appena visto, o anche per applicazione di Rice.

Esercizio 2

3. Si dimostri che il complemento di All_{TM} =\{<M> | M è una TM e L(M)=\{0,1\}*\} non è Turing riconoscibile.
Da questo risultato potremmo dedurre che l'equivalenza non è decidibile? Si motivi la risposta.

Poiché sappiamo che $\neg A_{TM}$ non è Turing riconoscibile dobbiamo fare la seguente riduzione $\neg A_{TM} \leq_m \neg All_{TM}$ che equivale alla riduzione $A_{TM} \leq_m All_{TM}$.
Associamo a <M,w> un TM T tale che w è in L(M) sse L(T)=\{0,1\}*.

T:
input x
se w≠x accetta altrimenti
se M accetta w allora accetta
se M rifiuta w rifiuta

Se w è in L(M) allora L(T) = \{0,1\}* perché T accetta tutte le parole.
Viceversa se w non è in L(M) allora o M rifiuta w o M non si ferma su w, in entrambi i casi anche T non accetta w e quindi L(T) = \{0,1\}* - \{w\} ≠ \{0,1\}*

II risposta.
All_{TM} è indecidibile visto che il suo complemento lo è, come abbiamo appena visto, o anche per applicazione di Rice.
Poiché possiamo costruire una TM T tale che L(T) = \{0,1\}*, se disponessimo di un algoritmo per decidere l'equivalenza potremo decidere All_{TM} utilizzando l'algoritmo sulla coppia <M,T> al variare di M tra tutte le TM, ma abbiamo visto che questo non è possibile.

Esercizio 3

Es. 3. Si dimostri che L è Turing riconoscibile sse L $\leq_m$ A_{TM} .

Esercizio 3

Es. 3. Si dimostri che L è Turing riconoscibile sse L $\leq_m A_{TM}$.

Il verso "se" è ovvio.

Supponiamo che L sia Turing riconoscibile e costruiamo una riduzione verso A_{TM}. A un input x per la TM T che riconosce L associamo un input per la TM che riconosce A_{TM} , cioè una coppia <M,w>, in modo che x è in L sse w è in L(M).

Se prendiamo M=T e definiamo f : w $\mapsto$ <T,w>, è' evidente che w è in L sse T si ferma e accetta w, visto che T riconosce L.