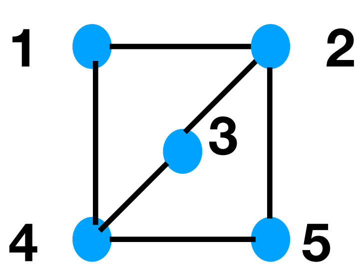
Es. 2. Si consideri il problema del più lungo cammino di un grafo non diretto, LPATH. Un'istanza di LPATH è una coppia (G,k), dove G è un grafo non diretto e k un intero positivo. Il problema consiste nel determinare se c'è un cammino (semplice:senza ripetizioni) in G di lunghezza almeno k.
Si dimostri che il problema è NP-completo.
Per la riduzione si usi il problema dell'esistenza di un cammino hamiltoniano da un vertice s a un vertice t. Si dimostri che la riduzione definita è corretta.

Diamo la riduzione in due casi:
Caso1. La riduzione deve associare a un'istanza sì di Ham un'istanza sì di LPATH. Viene subito in mente che un cammino hamiltoniano in G=(V,E) non è altro che un cammino semplice di lunghezza almeno pari |V|. Se si considerano istanze di Ham del tipo <G=(V,E),s,t> allora l'istanza da associare non può essere solo <G,|V|> perchè potrei avere un cammino hamiltoniano in G che non parte da s e t. Per forzare questi punti di partenza allora consideriamo il grafo G'=(V{v,w},E {{s,v},{t,w}}) e la riduzione <G,s,t> <G',|V|+2>.

E' banale allora che un se in G c'è un cammino hamiltoniano allora in G' ho un cammino semplice di lunghezza |V|+2, perchè un cammino hamiltoniano ha lunghezza V (il numero dei vertici che costituiscono il cammino), ma è altrettanto banale che un cammino semplice in G' di lunghezza |V|+2 può esserci solo se c'è in G un cammino hamiltoniano da s a t.

Esempio: Nel grafo disegnato qui sotto l'istanza <G,1,5> è un'istanza sì, mentre <G,2,?> è no qualunque sia la scelta del vertice di arrivo.



Caso 2.

La riduzione deve associare a un’istanza sì di Ham un’istanza sì di LPATH. Se si considerano istanze di Ham del tipo <G=(V,E)> allora l’istanza da associare può essere solo <G,|V|> perchè un cammino hamiltoniano in G è un cammino semplice di lunghezza |V|, quindi un’istanza sì di LPATH.