Problemi di decisione per DFA

E_{DFA} ={<A> | A è un DFA e L(A) ≠ ∅} è decidibile.

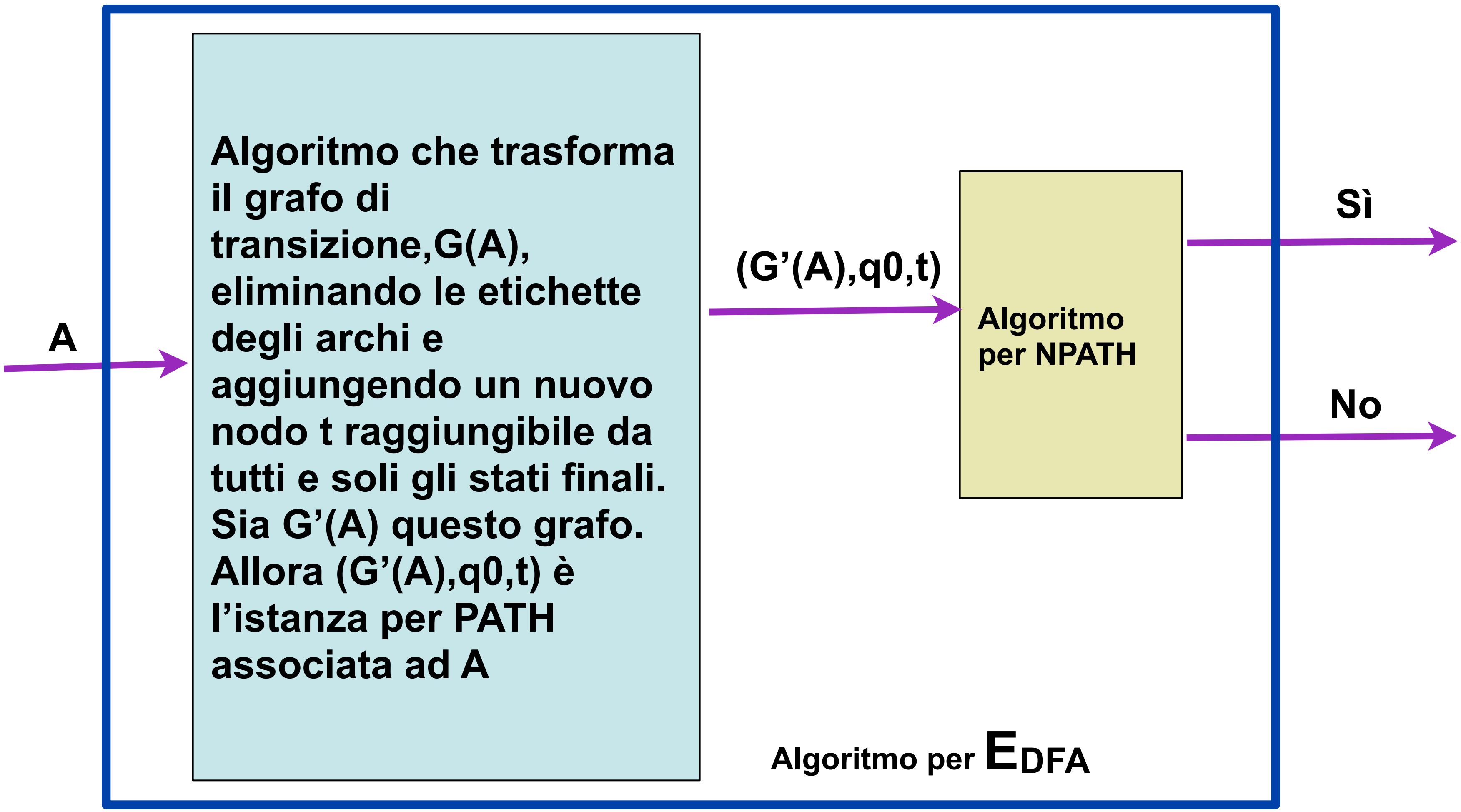
Si prova riducendo il problema al problema di determinare un cammino tra due vertici in un grafo.

Infatti, dato un DFA A, possiamo dimostrare che

L(A) ≠ ∅ ⇔ il grafo di transizione associato opportunamente modificato ha un cammino tra due suoi vertici.

NPATH={(G,s,t) | G è un grafo diretto , s e t due suoi vertici e non c'è un cammino da s a t}

Problema del vuoto per DFA



N.B. q0 è lo stato iniziale di A

PROPRIETÀ DI CHIUSURA

Una classe di linguaggi C è chiusa rispetto a un' operazione binaria ^ se, dati X,Y in C, allora anche X^Y è in C.

La definizione è analoga in casi di diversa arità dell'operazione

L(DFA) è chiusa rispetto a varie importanti operazioni:

unione, intersezione, complemento, prodotto e stella di Kleene.

PROPRIETÀ DI CHIUSURA

Utilizzando le proprietà di chiusura si possono costruire automi molto complessi la cui correttezza è relativamente facile da provare:

1. si costruiscono gli automi di partenza, di una semplicità tale che la loro correttezza possa essere verificata facilmente

2. si utilizzano gli algoritmi di chiusura per le opportune operazioni ottenendo gli automi voluti.

La correttezza degli automi risultanti è garantita dalla correttezza degli algoritmi.

INF$_{DFA}$

INF$_{DFA}$={<A> | A è DFA e L(A) è infinito }
è decidibile.

Possiamo ridurre il problema dell'infinito a quello della presenza di cicli in un grafo.

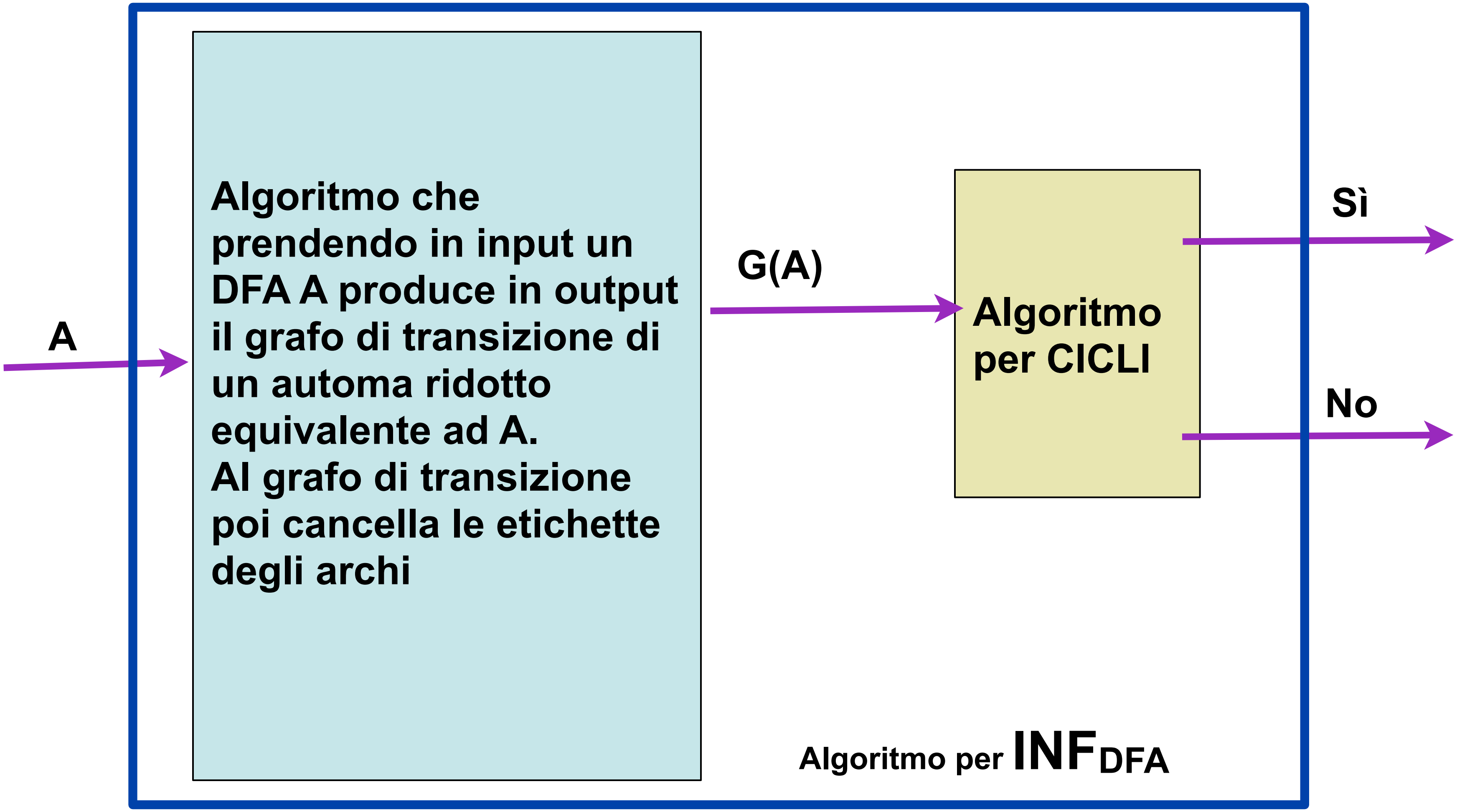
CICLI={<G> | G è un grafo diretto ciclico}

Dato un DFA, si eliminano tutti gli stati inutili cioè quelli non raggiungibili dallo stato iniziale e quelli dai quali non si raggiunge uno stato finale.

Al grafo di transizione dell'automa così ridotto, eliminate le etichette, si applica l'algoritmo per la ricerca di cicli in un grafo diretto.

Infatti c'è un ciclo nel grafo associato $\Leftrightarrow$ il linguaggio è infinito

INF_{DFA}



Infatti il ciclo, se c'è, si trova su un cammino dallo stato iniziale a uno stato finale.

All_{DFA}

All_{DFA}={<A> | A è DFA e L(A)=Σ*}
è decidibile.

Possiamo ridurre il problema della totalità a quello del vuoto

Infatti $L(A) = \Sigma^* \Leftrightarrow \neg L(A) = \emptyset$

Poiché sappiamo costruire un DFA A' che accetta ¬L(A), possiamo poi applicare l'algoritmo per il vuoto a questo automa.