Problemi di decisione

Si delinei un algoritmo che decide se due linguaggi regolari su Σ hanno una stringa in comune.

Si delinei un algoritmo che decide se un DFA accetta un linguaggio infinito

Si delinei un algoritmo che, presi in input due DFA A e B decide se L(A) è contenuto, anche non propriamente, in L(B).

Si delinei un algoritmo che decide se due DFA sono equivalenti.

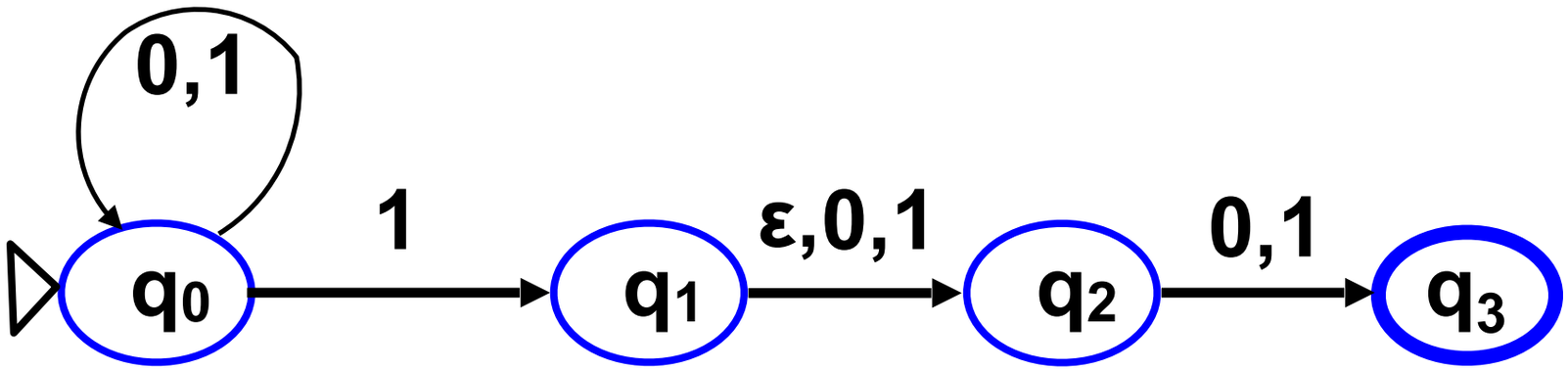
Si delinei un algoritmo che decide se L = Σ*, per un linguaggio regolare L.

Esercizio Pumping lemma

Si spieghi dove fallisce la prova di non regolarità, basata sul pumping lemma, per il linguaggio L = {00,11}*

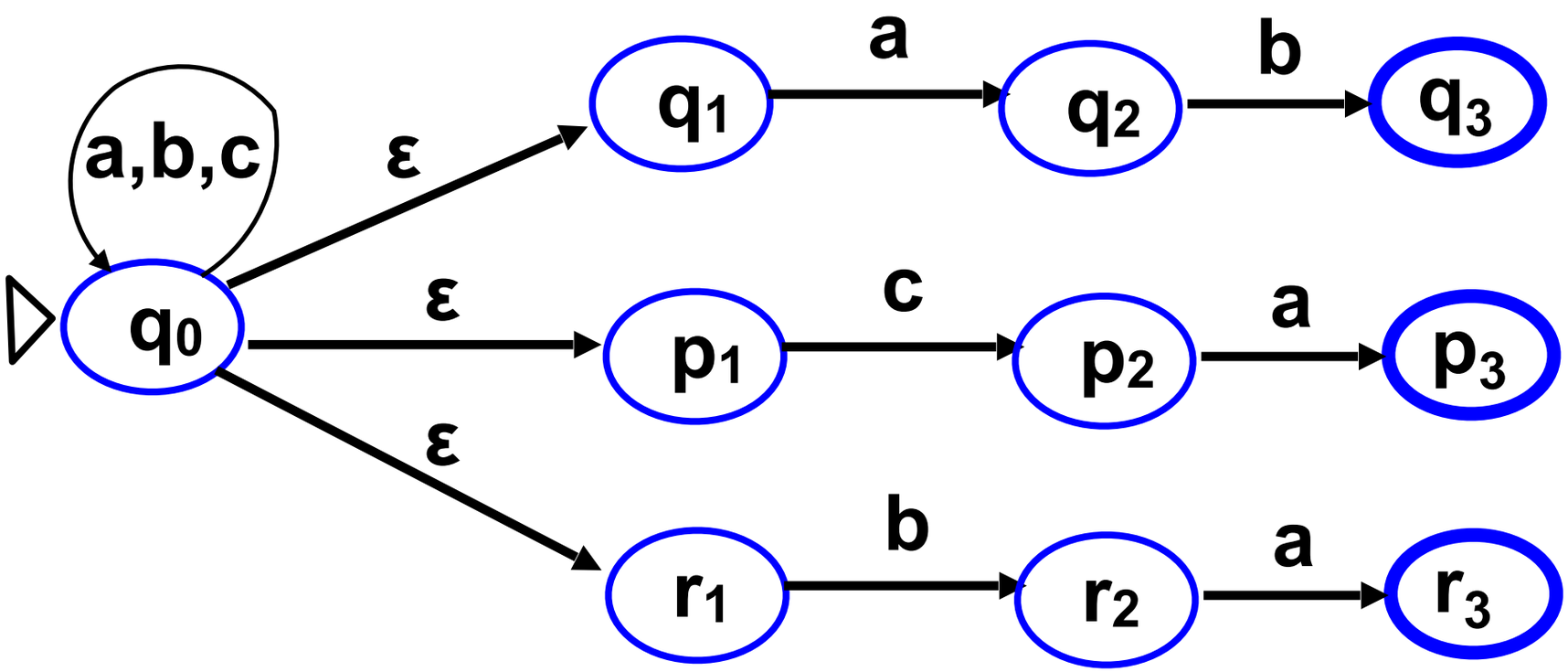
Esercizio NFA

Si costruisca un NFA che accetta tutte le stringhe in {0,1}* che contengono un 1 o nella penultima o nella terz'ultima posizione.

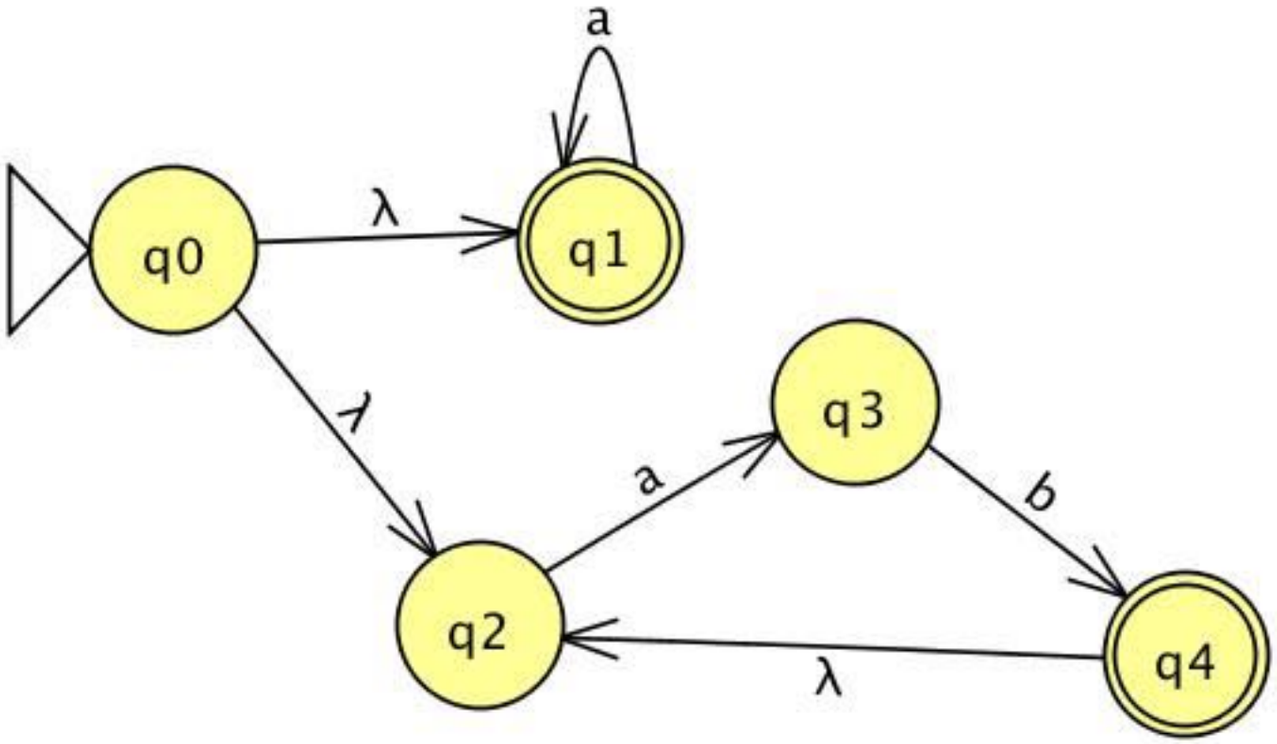


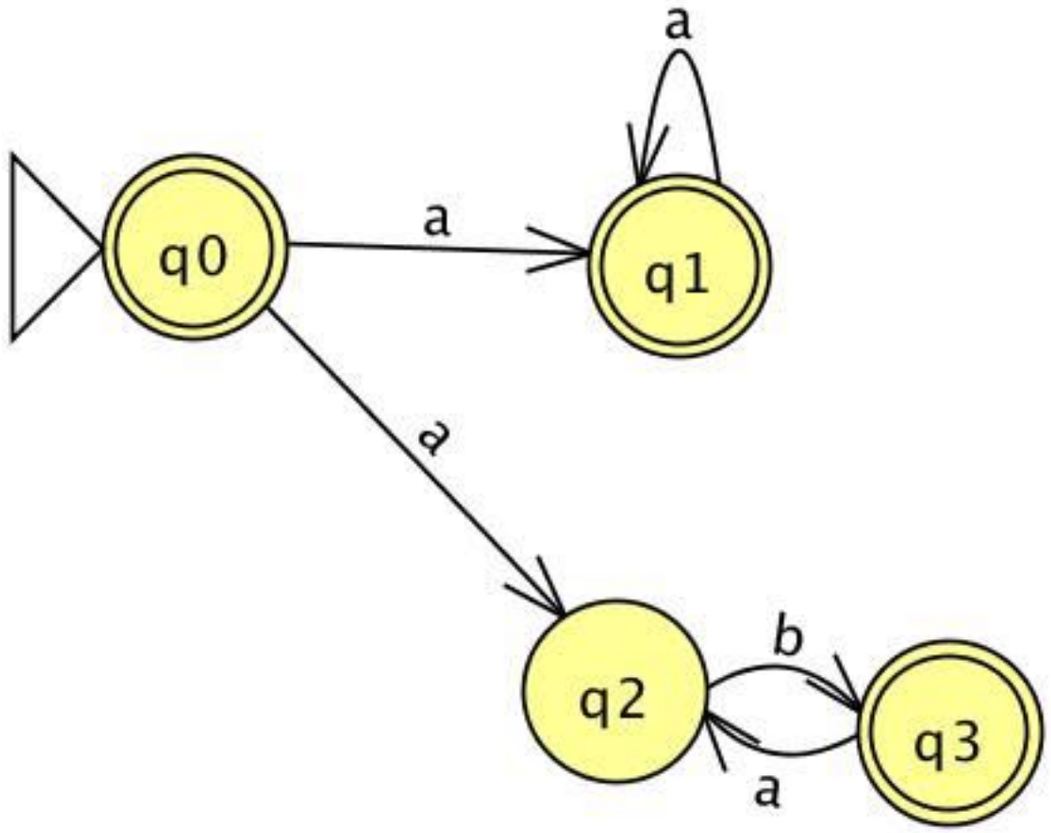
Esercizio NFA

Si costruisca un NFA che accetta tutte le stringhe in {a,b,c}* che terminano con ab,ca oppure ba.

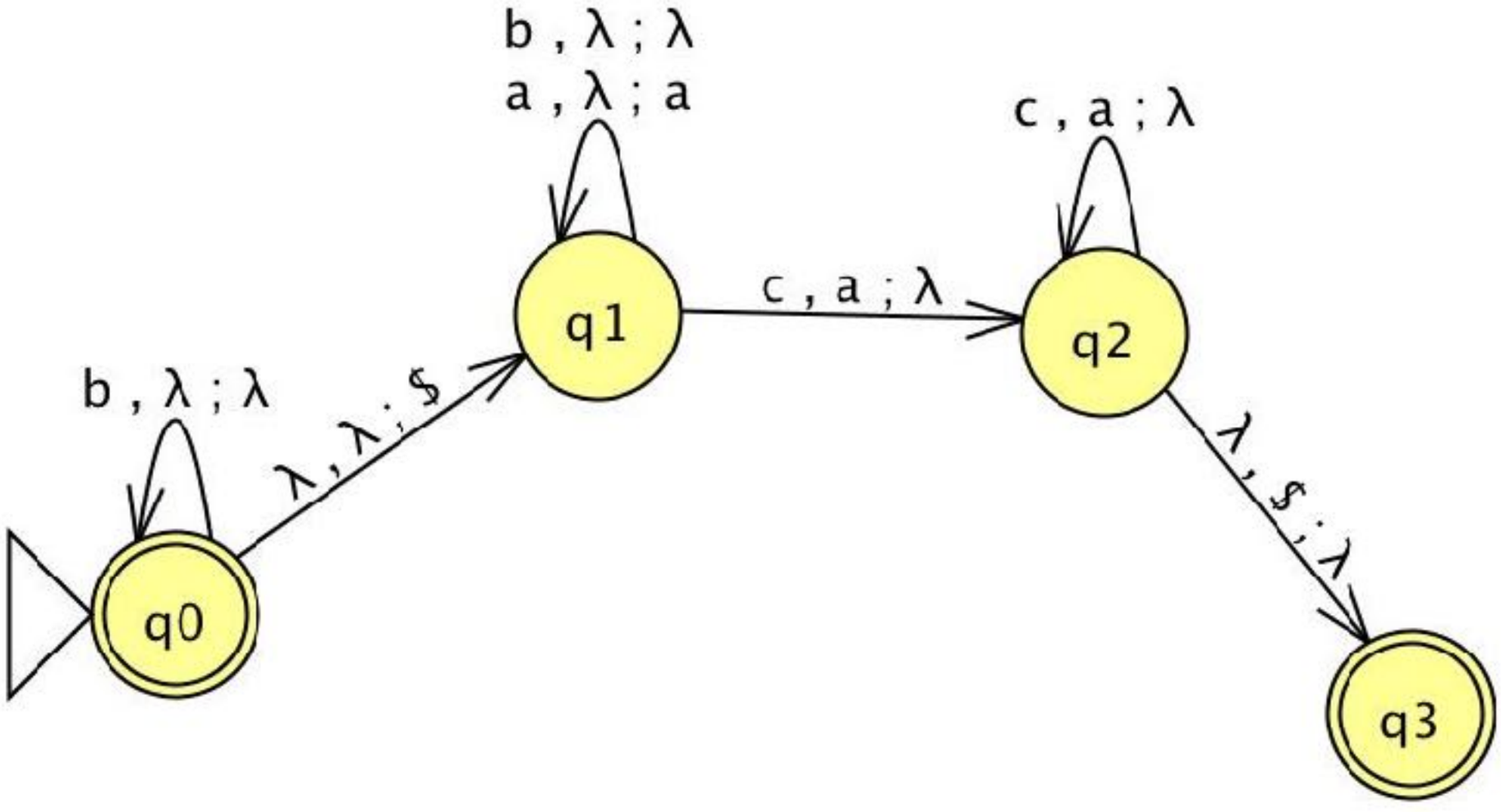


Si costruisca un NFA che accetta il linguaggio delle parole sull'alfabeto {a,b} del tipo a^n con n≥0 o del tipo $(ab)^n$, per n≥1.
Ne diamo due versioni:

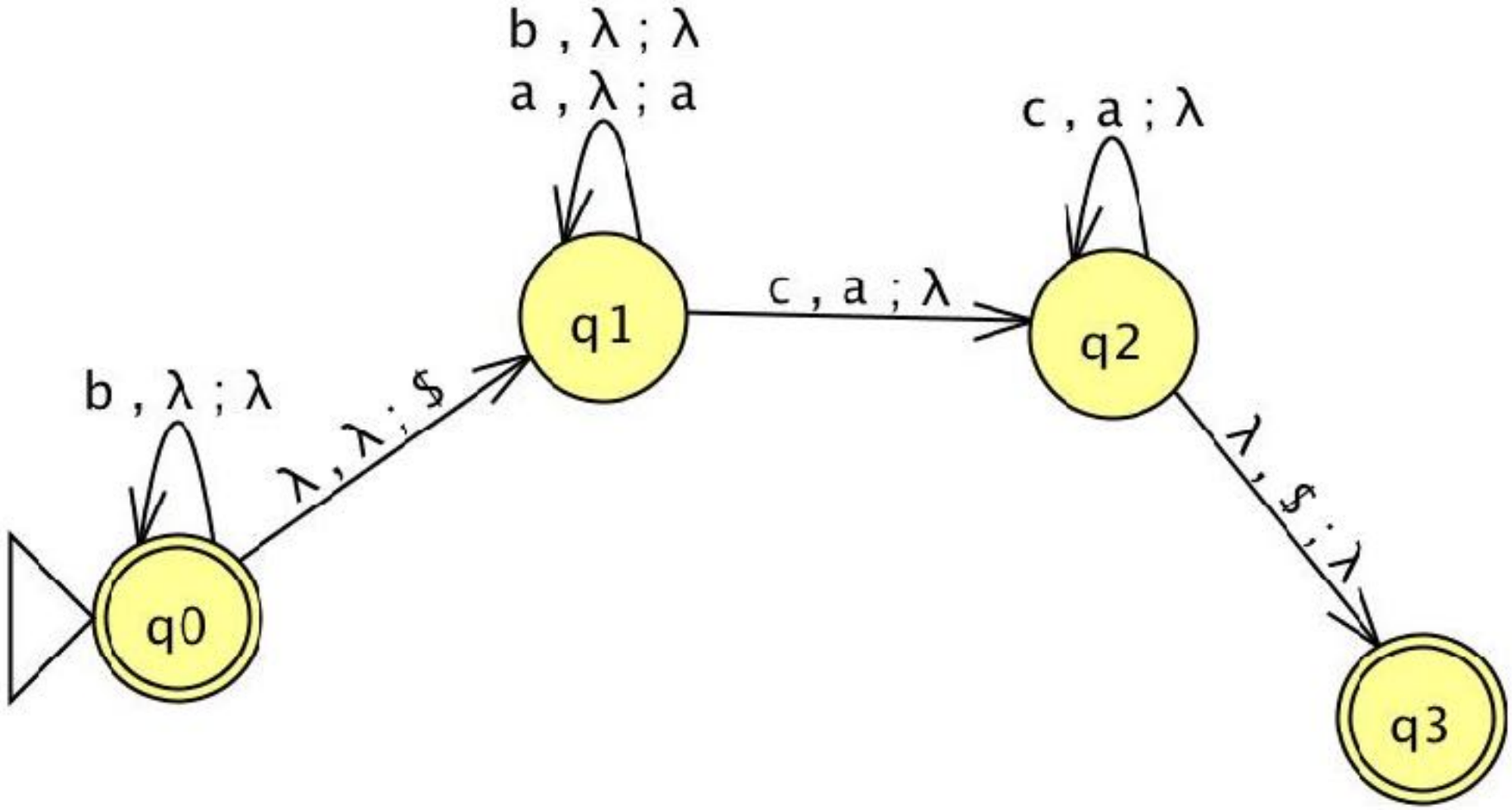




Si costruisca un PDA che riconosce il linguaggio $L=\{wc^k \mid w \in \{a,b\}^* \text{ e } k=n_a(w)\}$ cioè il linguaggio in cui il numero delle c è pari al numero delle occorrenze di a in w. Si spieghi il significato di ogni stato e la ragione delle transizioni.



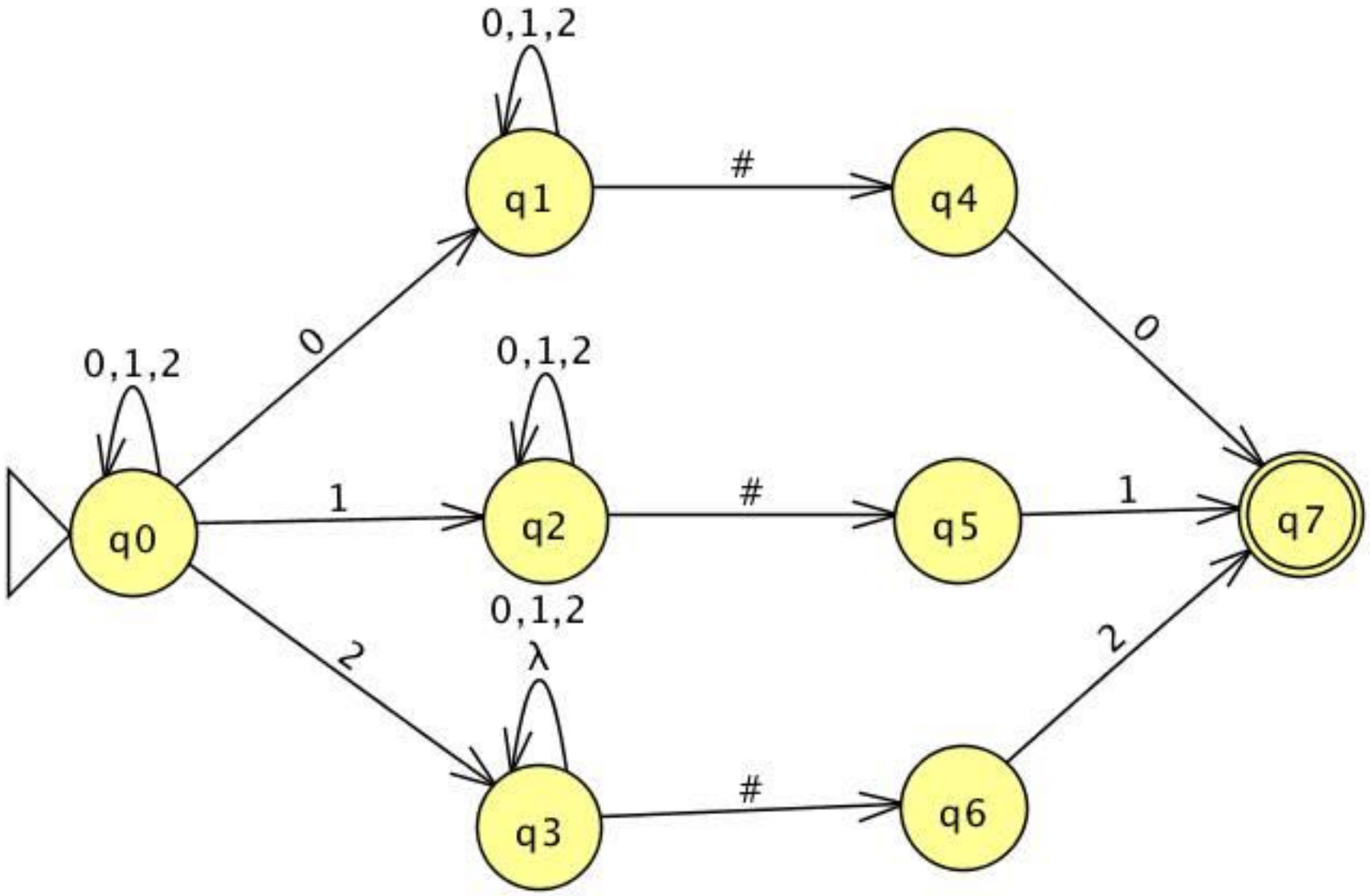
$L=\{wc^k \mid w \in \{a,b\}^*$ e $k=n_a(w)\}$



Nello stato q_0 si riconosce b*.

Poi, una volta inizializzata la pila, nello stato q_1 si impilano le *a* che vengono lette mentre eventuali *b* presenti nella parola sono lette senza operare sulla pila. Lo stato q_2 è quello in cui per ogni *c* letta viene eliminata una *a* dalla pila.

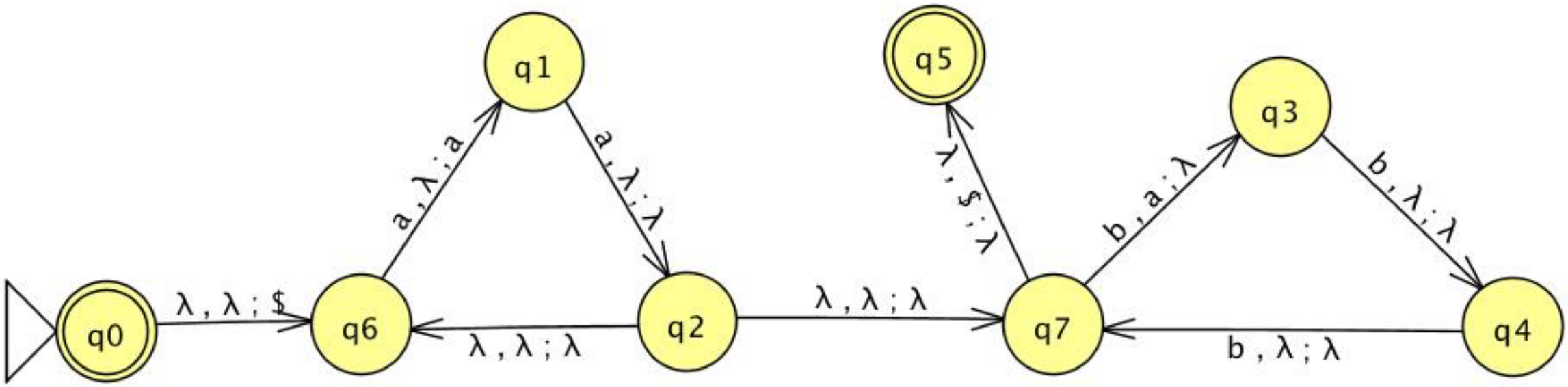
Si costruisca un NFA che accetta il linguaggio L={w#c | w è in {0,1,2}* e c in {0,1,2} e c occorre in w} quindi per esempio 1221#0 non è nel linguaggio mentre 1221#1 e 1221#2 sì.



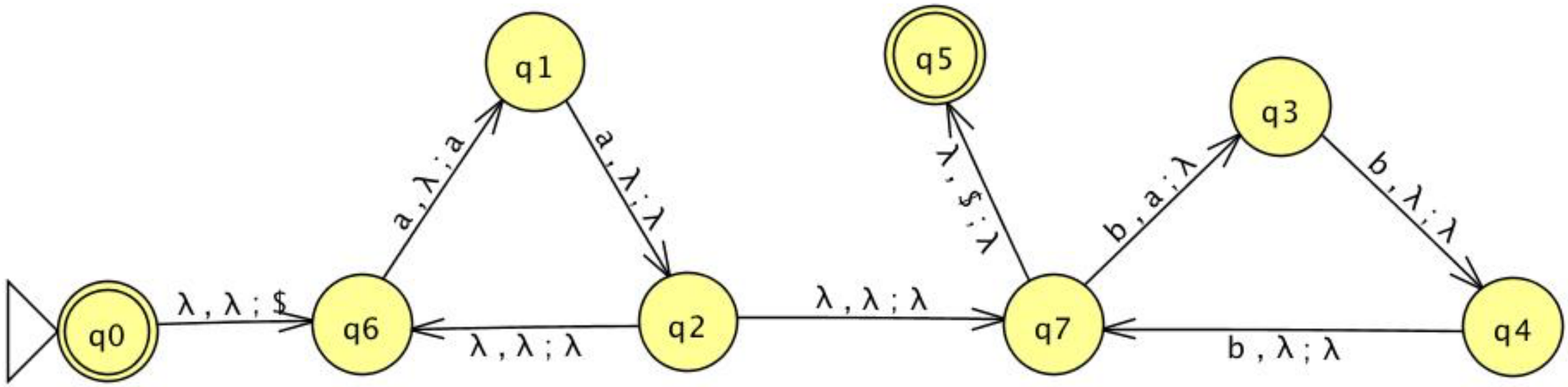
Poiché non possiamo determinare la posizione dell'occorrenza di c in w, usiamo gli stati per ricordare quale occorrenza isoliamo nella parola. In q_1 assumiamo che l'occorrenza è 0 e di conseguenza il cammino porta a uno stato finale solo se, dopo aver letto eventualmente il resto della parola in input, dopo il diesis si legge uno 0. Gli altri casi sono analoghi

Si costruisca un PDA che riconosce il linguaggio $L = \{a^{2n}b^{3n} \mid n \geq 0\}$

Si spieghi il significato di ogni stato e la ragione delle transizioni.



$L = \{a^{2n}b^{3n} \mid n \geq 0\}$



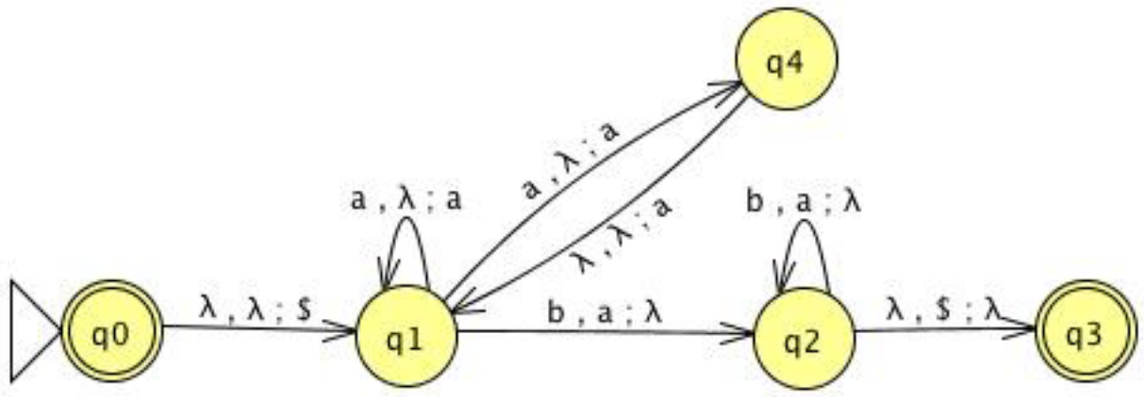
Nello stato q_0 si accetta la parola vuota.

L'esecuzione del ciclo q_6,q_1,q_2 fa sì che venga impilata una *a* ogni due *a* lette.

L'esecuzione del ciclo q_7,q_3,q_4 invece fa sì che venga estratta una *a* dalla pila ogni tre *b* lette in input.

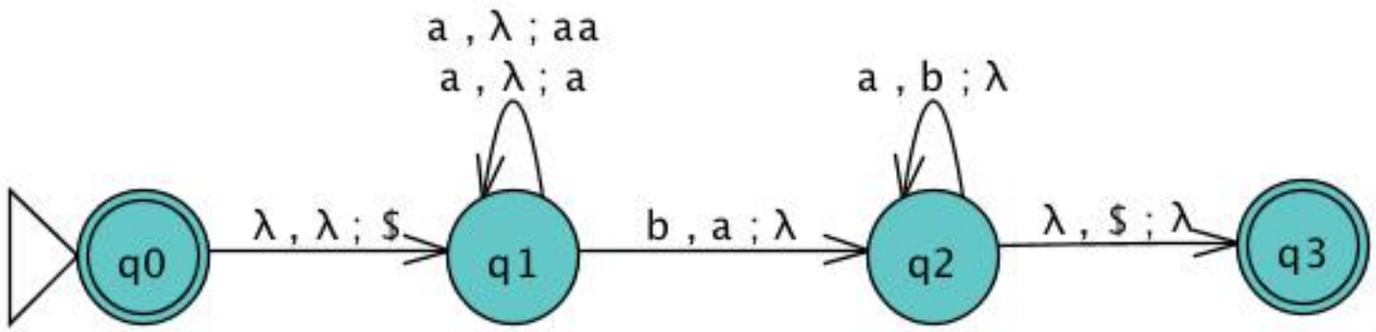
Solo se operando in questo modo si svuota la pila e si accetta la parola.

Si costruisca un PDA che riconosce il linguaggio $L = \{a^n b^m \mid 0 \leq n \leq m \leq 2n\}$, cioè le parole in cui le b seguono le a e le b sono in un numero compreso tra quelle delle a e due volte quello delle a.



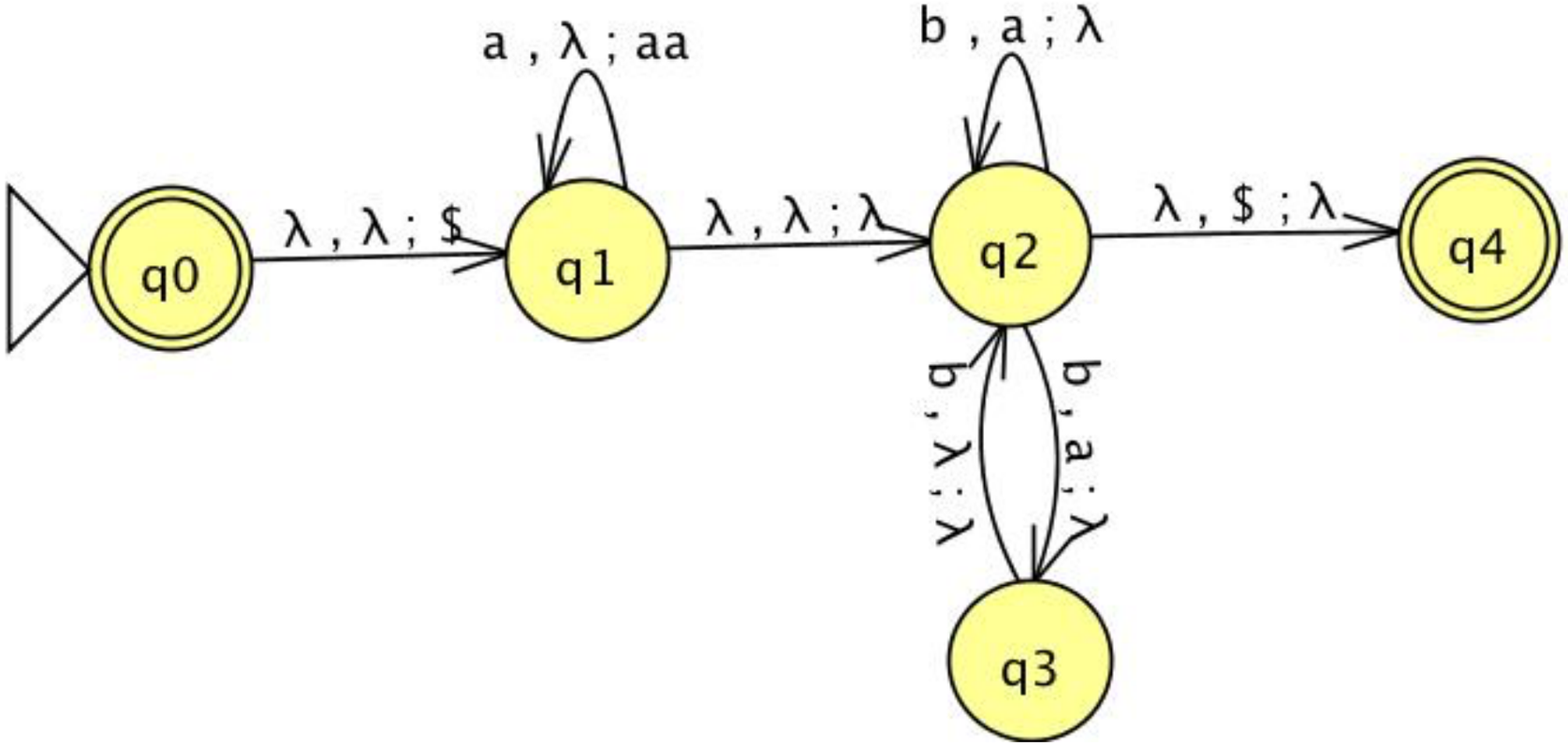
Nello stato q_1 si impilano le a una volta per ogni a letta e non deterministicamente, andando nello stato q_4, si impilano 2 a per ogni a letta. Poi basta controllare se ogni b ha una corrispondente a nella pila, come nel caso del linguaggio $\{a^n b^n \mid 0 \leq n\}$. Questa operazione viene fatta nello stato q2, dove per ogni b letta si estrae una a dalla pila.

Il PDA che riconosce il linguaggio $L = \{a^n b^m \mid 0 \leq n \leq m \leq 2n\}$, cioè le parole in cui le b seguono le a e le b sono in un numero compreso tra quelle delle a e due volte quello delle a, può anche essere progettato così:



Questa versione usa un'estensione della regola di push nella pila, che ci consente di impilare una parola anziché solo un simbolo dell'alfabeto di input.

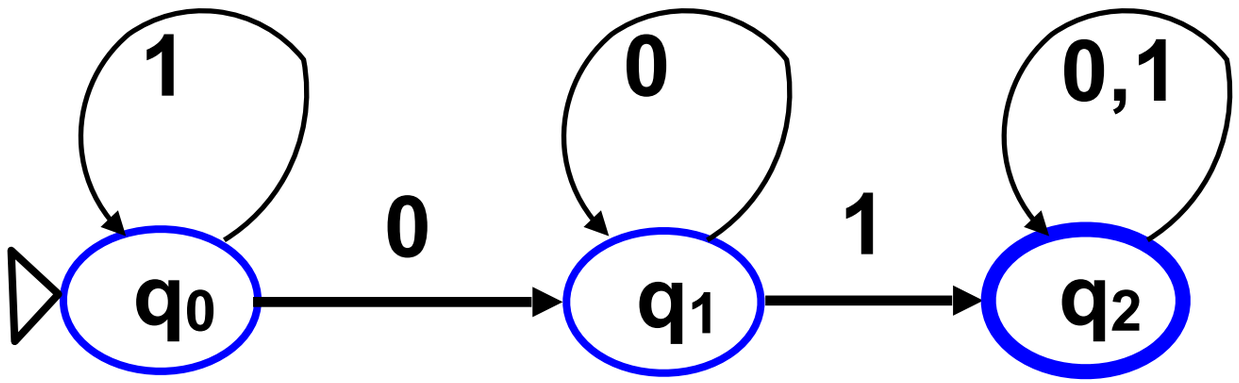
Il PDA che riconosce il linguaggio $L = \{a^n b^m \mid 0 \le n \le m \le 2n\}$, può anche essere costruito immaginando di impilare tutte le a due volte e poi estraendo una a dalla pila ogni b letta o ogni due b lette, sempre non deterministicamente



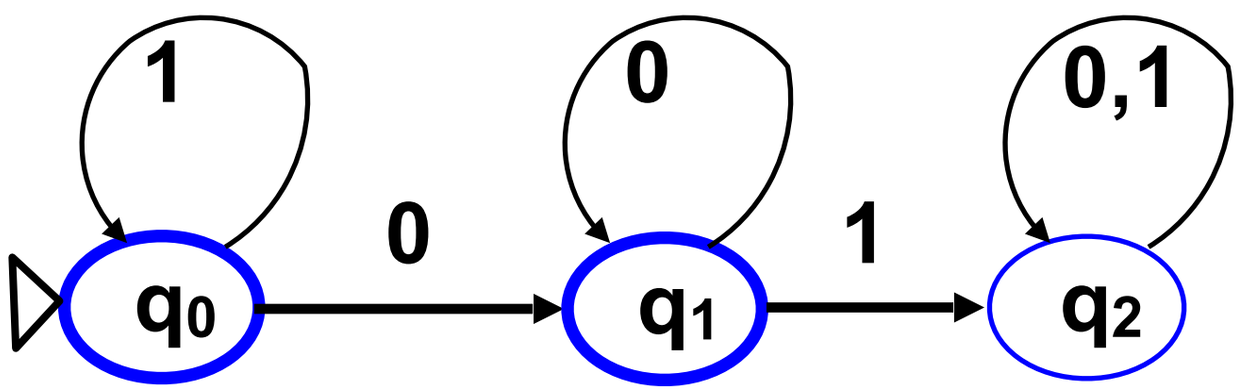
Esercizi

Si costruisca un DFA che accetta tutte le stringhe in {0,1}* che <u>non</u> contengono 01 come sottostringa.

un DFA per il linguaggio delle parole che contengono 01 come sottostringa:



Il DFA per il complemento:



Data un' espressione regolare r che denota il linguaggio L si delinei un algoritmo per produrre un'espressione regolare che denota il complemento di L.

passo 1. si costruisce un DFA A, a partire da r, tale che L(A) = L.

passo 2. si considera il DFA A' che riconosce il complemento di L

passo 3. si ricava l'espressione regolare che accetta L(A').