Sommario

1. **Gerarchia di Chomsky**
2. **Proprietà di chiusura dei CFL**
3. **Forma normale di Chomsky per CFG**
4. **Problemi di decisione per CFG**

Gerarchia di Chomsky

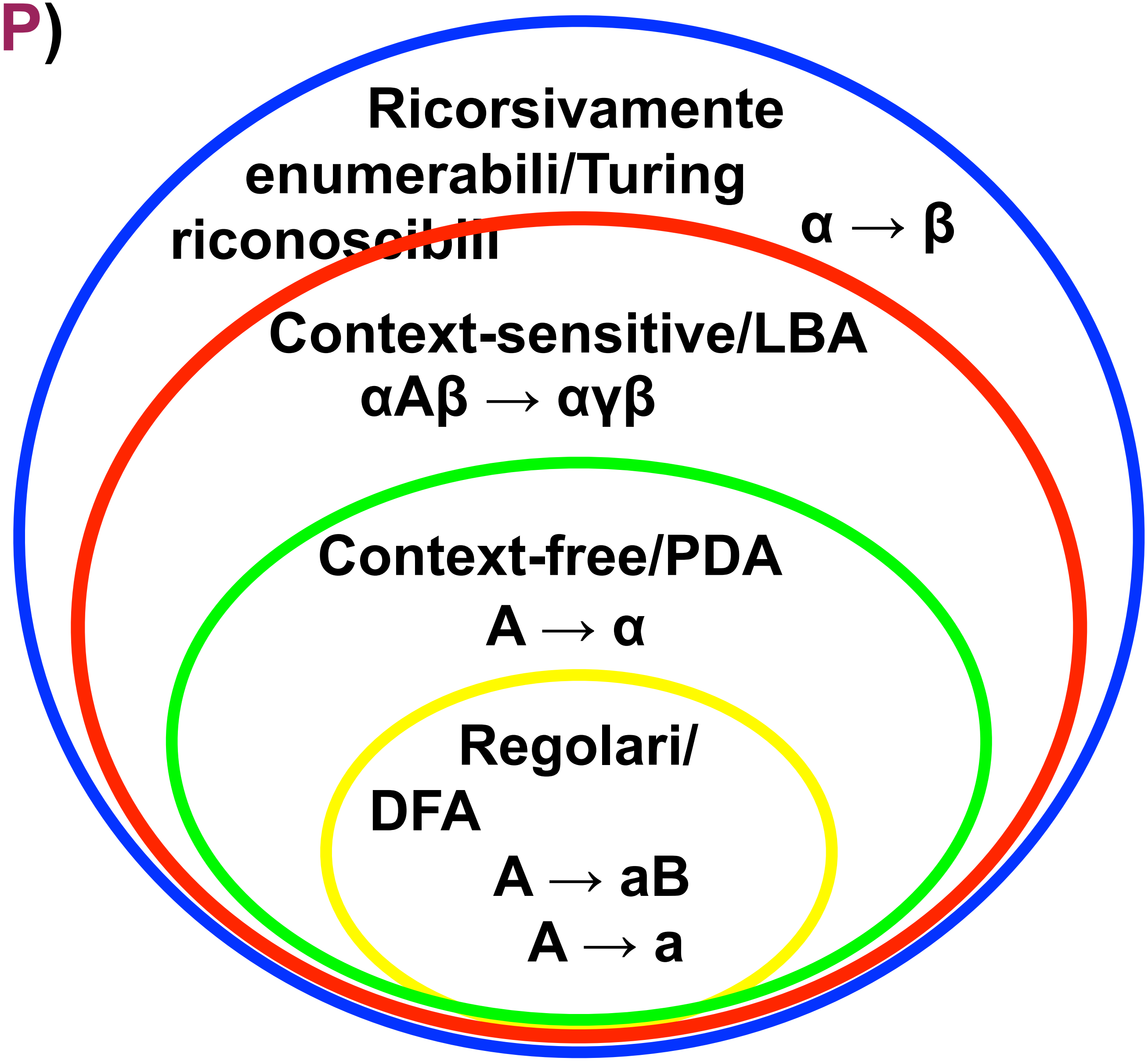
$G = (T, V, S, P)$

a in T

A, B in V,

α, β in $(T \cup V)^*$,

γ in $(T \cup V)^+$



Chiusura rispetto a unione CFL

Sia $G_1 = (V_1, T, S_1, P_1)$ e $G_2 = (V_2, T, S_2, P_2)$, con $V_1 \cap V_2 \neq \emptyset$, allora la grammatica per l'unione è

$G = (V, T, S, P)$ dove:

$S \notin V_1 \cup V_2$

$V = V_1 \cup V_2 \cup \{S\}$

$P = P_1 \cup P_2 \cup \{S \rightarrow S_1 | S \rightarrow S_2\}$

$S_1 \Rightarrow^* x$ e $S_2 \Rightarrow^* y \Leftrightarrow S \Rightarrow S_1 \Rightarrow^* x$ o $S \Rightarrow S_2 \Rightarrow^* y$,

quindi $L(G_1) \cup L(G_2) = L(G)$,

Chiusura rispetto a intersezione CFL

La classe NON è chiusa rispetto all'intersezione.

Il linguaggio

$$L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$$

non è content-free, ma può essere ottenuto come intersezione di due linguaggi contesto-free:

$L_1 = \{a^n b^n c^m \mid n,m \geq 0\}$ e $L_2 = \{a^m b^n c^n \mid n,m \geq 0\}$.

Chiusura rispetto a complemento?

NO! data la chiusura rispetto all'unione.

Chiusura rispetto a prodotto CFL

Sia $G_1 = (V_1, T, S_1, P_1)$ e $G_2 = (V_2, T, S_2, P_2)$, con $V_1 \cap V_2 \neq \emptyset$, allora la grammatica per il prodotto è

$G = (V,T,S,P)$ dove:

$S \notin V_1 \cup V_2$

$V = V_1 \cup V_2 \cup \{S\}$

$P = P_1 \cup P_2 \cup \{S \to S_1 S_2\}$

$S_1 \Rightarrow^* x$ e $S_2 \Rightarrow^* y \Leftrightarrow S \Rightarrow S_1 S_2 \Rightarrow^* xy$,

quindi $L(G_1)L(G_2) = L(G)$,

Chiusura rispetto a stella di Kleene CFL

Sia $G_1 = (V_1, T, S_1, P_1)$, allora la grammatica per la stella di Kleene è

$G = (V, T, S, P)$ dove:

$S \notin V_1$

$V = V_1 \cup \{S\}$

$P = P_1 \cup \{S \rightarrow S_1 S, S \rightarrow \varepsilon\}$

$S_1 \Rightarrow^* x_1$, $S_1 \Rightarrow^* x_2$,…, $S_1 \Rightarrow^* x_n$, $\Leftrightarrow$

$S \Rightarrow S_1 S \Rightarrow \ldots \Rightarrow S_1 S_1 \ldots S_1 S \Rightarrow^* x_1 x_2 \ldots x_n$

quindi $L(G_1)^* = L(G)$,

Decidere se L = ∅, quando L è CFL

Algoritmo per decidere se il linguaggio generato da una CFG è vuoto.
Input: una CFG =(V,T,S,P)
Marca i terminali

1. **Ripeti fino a quando non ci sono variabili che si possono marcare**
   marca ogni variabile parte sinistra di una regola in cui la parte destra è marcata
3. **Se S non è marcato rispondi sì, altrimenti no.**

Esempio:
G: $S \to AB \mid AC$
$C \to SB$
$A \to a$
$B \to b$

Alla prima iterazione si marcano A e B, alla seconda S, alla terza C e fine, perchè sono tutte marcate.