CFG e PDA

Ogni linguaggio generato da una CFG può essere accettato da un PDA e viceversa.

Il PDA costruito a partire da una CFG è un modello di analizzatore sintattico che lavora non deterministicamente in tempo lineare nella lunghezza della parola input.

Da CFG a PDA: l'idea

Sia G = (T,V,S,P) una CFG.

Descriviamo informalmente come costruire un PDA M equivalente:

1. impila il marcatore di pila vuota $ e poi il simbolo iniziale della CFG, S.
2. ripeti
   - se in cima alla pila c'è una variabile A, non deterministicamente scegli una regola con parte sinistra A e rimpiazza A nella pila con la parte destra della regola scelta;
   - se in cima alla pila c'è un terminale che coincide con il simbolo in lettura allora esegui un pop dalla pila;
3. se in cima alla pila c'è $ vai nello stato finale

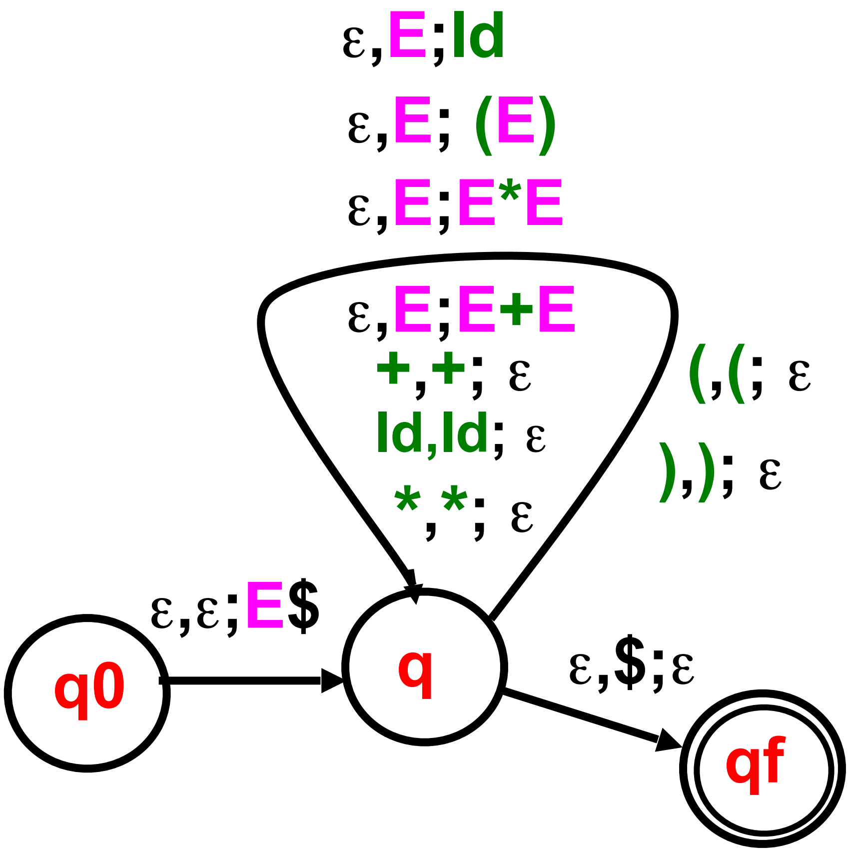
Esempio ESPRESSIONI ARITMETICHE

$E \rightarrow E+E$

$E \rightarrow E*E$

$E \rightarrow (E)$

$E \rightarrow Id$



Esempio ESPRESSIONI ARITMETICHE

Consideriamo una derivazione:

$E \rightarrow E+E$
$E \rightarrow E*E$
$E \rightarrow (E)$
$E \rightarrow Id$

$$E \Rightarrow E*E \Rightarrow (E)*E \Rightarrow (E+E)*E$$

$$\Rightarrow (id+E)*E \Rightarrow (Id+id)*E \Rightarrow (Id+Id)*Id$$

$(q0, (Id+Id)*Id, \varepsilon) \vdash^* (q, (Id+Id)*Id, E\$) \vdash (q, (Id+Id)*Id, E*E\$)$

$\vdash (q, (Id+Id)*Id, (E)*E\$) \vdash (q, Id+Id)*Id, E)*E\$)$ |-

$(q, Id+Id)*Id, E+E)*E\$) \vdash (q, Id+Id)*Id, Id+E)*E\$)$

$\vdash^* (q, Id)*Id, E)*E\$) \vdash (q, Id)*Id, Id)*E\$) \vdash^* (q, Id, E\$)$

$(q, Id, Id\$) \vdash (q, \varepsilon, \$)$

Da CFG a PDA: la costruzione

Sia CFG G = (T,V,S,P), costruiamo un PDA equivalente M = ({q0,q,qf}, T, V $\cup$ T $\cup$ {\$}, δ, q0,{qf}) dove

- **δ(q0, ε, ε) = {(q, ε, S\$)} "inizializzazione della pila"**
- **δ(q, ε, A) contiene (q, γ) per ogni A $\rightarrow$ γ in P,**
- **δ(q, a, a) contiene (q, ε) per ogni a in T,**
- **δ(q, ε, \$) = {(qf, ε, ε)} "se l'input è terminato, accetta"**

A $\in$ V, $\gamma \in$ (T$\cup$V)*

Da CFG a PDA: la correttezza

Si deve dimostrare che

$$S \Rightarrow_G^* x \ \text{ se e solo se } \ (q,x,S\$) \mid\!-_M^* (q, \varepsilon, \$)$$

da cui $x \in L(G)$ **se e solo se** $x \in L(M)$.

Si dimostra una proprietà più generale
per induzione sulla lunghezza della derivazione

$$A \Rightarrow_G^* x\alpha \ \text{ se e solo se } \ (q,x,A\gamma) \mid\!-_M^* (q, \varepsilon, \alpha\gamma).$$