

Esercizio 1

Si consideri il linguaggio $L = \{x \mid x = yaz \text{ con } y, z \text{ in } \{a, b\}^* \text{ e } |y| = |z|\}$ e si costruisca una CFG G che lo genera, cioè tale che $L(G) = L$

Sol,

La grammatica deve generare le parole di lunghezza dispari con centro a . Con regole del tipo $S \rightarrow USU$ sappiamo di poter generare, applicandola ripetutamente, una parola del tipo $U^n S U^n$. Sostituendo poi U con a o b , otteniamo parole del tipo xSy dove x e y sono parole qualunque su $\{a, b\}$ ma con $|x| = |y|$. Sostituendo infine S con a si rispetta il requisito che il centro della parola sia a . La lunghezza della parola ottenuta è $2n+1$. Quindi $L(G) = L$.

$$G : S \rightarrow USU \mid a$$
$$U \rightarrow a \mid b$$

O equivalentemente

$$S \rightarrow aSa \mid aSb \mid bSa \mid bSb \mid a$$