Laurea triennale in INFORMATICA, Corso di **CALCOLO DELLE PROBABILITÀ**
COMPITO SCRITTO del 17 aprile 2013 - FOGLIO RISPOSTE

NOME e COGNOME____

CANALE: G. Nappo VOTO: ____________

N.B. Scrivere le risposte dei vari punti degli esercizi
oppure, in mancanza di tempo e/o di spazio, mettere una croce sui punti risolti degli esercizi. ATTENZIONE ALLE DOMANDE CON L'ASTERISCO $*$

Esercizio 1.

i) ☐ $*$ **(a)** ____________ ☐ $*$ **(b)** ____________

ii) ☐ $*$ ____________

iii) ☐ $*$ ____________

iv) ☐ **(a)** ____________ ☐ **(b)** ____________

v) ☐ ____________

Esercizio 2.

i) ☐ $*$ ____________

ii) ☐ $*$ ____________

iii) ☐ ____________

iv) ☐ ____________

v) ☐ ____________

Esercizio 3.

i) ☐ $*$ ____________

ii) ☐ $*$ ____________

iii) ☐ **(a)** ____________ ☐ **(b)** ____________

iv) ☐ **(a)** ____________ ☐ **(b)** ____________

v) ☐ **(a)** ____________ ☐ **(b)** ____________

Laurea triennale in INFORMATICA, Corso di **CALCOLO DELLE PROBABILITÀ**

Prof. G. Nappo – COMPITO SCRITTO DEL 17 APRILE 2013

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) ______________________________

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli **giustificando** brevemente i passaggi svolti.
ATTENZIONE: Svolgere tutti i calcoli fino in fondo, SOLO se avete tempo.

Esercizio 1. Una scatola contiene 12 cioccolatini: 3 fondenti, 4 alla gianduia e 5 al latte. Si prendono 4 cioccolatini dalla scatola (i cioccolatini sono apparentemente uguali). Si ponga X_F la variabile aleatoria che conta il numero di cioccolatini fondenti presi, e analogamente si pongano X_G per il numero di cioccolatini alla gianduia e X_L per il numero di quelli al latte.
Calcolare:

i) $*$ **(a)** $\mathbb{P}(X_F = k)$ specificando per quali valori di k risulta strettamente positiva, e di che tipo di distribuzione si tratta **(b)** $\mathbb{E}(X_F)$;

ii) $*$ la probabilità di prendere almeno un cioccolatino alla gianduia;

iii) $*$ la probabilità di prendere due cioccolatini fondenti e due al latte;

iv) **(a)** $\mathbb{P}(X_F = 1, X_L = 2)$, **(b)** $\mathbb{P}(X_F = k | X_L = 2)$ specificando per quali valori di k risulta strettamente positiva;

v) $\mathbb{E}(X_F | X_L = 2)$ (**suggerimento:** per evitare i calcoli, si consiglia di individuare il tipo di distribuzione di X_F condizionata a $X_L = 2$).

COMPITO SCRITTO DI **CALCOLO DELLE PROBABILITÀ** del 17 aprile 2013, Prof. G. Nappo

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) ______________________________

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi esclusivamente su questi fogli giustificando brevemente i passaggi svolti. Non è necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

Esercizio 2. Ci sono 3 urne (esternamente uguali) e ciascuna contiene 6 palline e precisamente
- la 1^a urna contiene 3 palline bianche e 3 palline rosse
- la 2^a urna contiene 2 palline bianche e 4 palline rosse
- la 3^a urna contiene solo palline rosse

L'urna viene scelta secondo il seguente meccanismo: si lancia una moneta ben equilibrata e se esce testa si sceglie l'urna 1, se invece esce croce, allora si lancia la moneta una seconda volta e, se esce testa si scegli la seconda urna, mentre se esce croce si sceglie la terza urna. Successivamente vengono effettuate **2 estrazioni con reinserimento dall'urna scelta (sempre la stessa)**. Siano $U_i = \{\text{viene scelta l'urna } i\}$, per $i = 1, 2, 3$, $B_k = \{\text{la } k\text{-sima pallina estratta è bianca}\}$, per $k = 1, 2$, e $C = \{\text{le due palline estratte sono di colore diverso}\}$.

i) $*$ Calcolare la probabilità che la prima pallina estratta sia bianca.

ii) $*$ **Sapendo che prima pallina estratta è bianca**, calcolare la probabilità che sia stata scelta la 2^a urna.

iii) **Sapendo che è stata scelta la 2^a urna**, calcolare la probabilità che le due palline estratte siano di colore diverso.

iv) Calcolare la probabilità **(non condizionata)** che le due palline estratte siano di colore diverso.

v) **Sapendo che** le due palline estratte sono di colore diverso, calcolare la probabilità α_1 che l'urna scelta sia la prima, la probabilità α_2 che l'urna scelta sia la seconda e la probabilità α_3 che l'urna scelta sia la terza.

CALCOLO DELLE PROBABILITÀ - Prof. G. Nappo COMPITO SCRITTO DEL 17 APRILE 2013

NOME e COGNOME____

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli **giustificando** brevemente i passaggi svolti.
ATTENZIONE: È necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo

Esercizio 3. Siano U e V variabili aletorie, con U a valori in $\{-2, 0, +2\}$ e V a valori in $\{-1, 0, +1\}$. Si assuma $P(U = 0, V = i) = 2c$, per $i = -1, 0, +1$, $P(U = +2, V = 0) = P(U = -2, V = 0) = 0$ e $P(U = i, V = j) = c$, per i rimanenti valori di (i, j).

i) $*$ Spiegare il motivo per cui $c = 1/10$.

ii) $*$ Calcolare la densità discreta di U e mostrare che il suo valore atteso vale 0 e la sua varianza vale 8/5.

iii) **(a)** Calcolare $Cov(U, V)$. **(b)** Le variabili aleatorie U e V sono indipendenti?

iv) Calcolare **(a)** la probabilità che UV sia uguale a 2 e **(b)** la probabilità che $V = 1$ **dato che** $UV = 2$.

v) Se $\{X_i\}_{i\geq 1}$ è una successione di variabili aleatorie (globalmente) indipendenti e tutte con la stessa legge di U, calcolare approssimativamente

$$\textbf{(a)} \quad P\Big(\sum_{i=1}^{1000} X_i \leq 84\Big) \quad \text{e} \quad \textbf{(b)} \quad P\Big(\sum_{i=1}^{1000} X_i \geq -42\Big).$$