Laurea triennale in INFORMATICA, Corso di **CALCOLO DELLE PROBABILITÀ**
SECONDA PROVA IN ITINERE - 6 giugno 2012 - FOGLIO RISPOSTE

NOME e COGNOME____

CANALE: G. Nappo VOTO: __________

N.B. Scrivere le risposte dei vari punti degli esercizi
oppure, in mancanza di tempo e/o di spazio, mettere una croce sui punti risolti degli esercizi. ATTENZIONE ALLE DOMANDE CON L'ASTERISCO $*$

Esercizio 1.

i) ☐ $*$ __________

ii) ☐ $*$ __________

iii) ☐ (a) __________ (b) __________

iv) ☐ __________

v) ☐ (a) __________ (b) __________

vi) ☐ (a) __________ (b) __________

Esercizio 2.

i) ☐ $*$ __________

ii) ☐ $*$ (a) __________ $*$ (b1) __________ $*$ (b2) __________

iii) ☐ __________

iv) ☐ __________

v) ☐ **(facoltativo)** __________

Laurea triennale in INFORMATICA, Corso di **CALCOLO DELLE PROBABILITÀ**

Prof. G. Nappo – SECONDA PROVA IN ITINERE 6 GIUGNO 2012

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) ______________________________

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli **giustificando** brevemente i passaggi svolti.
ATTENZIONE: Svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

Esercizio 1. Siano U e V due variabili aletorie a valori in $\{-1, 0, +1\}$ tali che

$$P(U = -1, V = -1) = P(U = -1, V = +1) = P(U = +1, V = -1) = P(U = +1, V = +1) = P(U = 0, V = 0) = c,$$

e $P(U = i, V = j) = 0$ per i rimanenti valori di (i, j).

i) $*$ Spiegare perché $c = \frac{1}{5}$.

ii) $*$ Calcolare la densità discreta di U e il suo valore atteso e la sua varianza.

iii) (a) Calcolare $Cov(U, V)$. (b) Le variabili aleatorie U e V sono indipendenti?

iv) Calcolare valore atteso e varianza di $X = U + V$, mostrando che $E(X) = 0$ e $Var(X) = \frac{8}{5}$.

v) (a) Utilizzando la disuguaglianza di Chebyshev trovare una minorazione per $P(|X| \leq \frac{8}{5})$.
(b) Calcolare esattamente $P(|X| \leq \frac{8}{5})$.

PURTROPPO PER ERRORE NEL COMPITO avevo scritto $P(|X| \leq \frac{4}{5})$ invece di $P(|X| \leq \frac{8}{5})$, ragione per cui ho inserito la seguente domanda facoltativa:
***FACOLTATIVO** trova un valore $\varepsilon > 0$ per cui la disuguaglianza di Chebyshev dia una minorazione strettamente maggiore di zero.*

vi) Se $\{X_i\}_{i \geq 1}$ è una successione di variabili aleatorie (globalmente) indipendenti e tutte con la stessa legge di X, calcolare approssimativamente

$$\textbf{(a)} \quad P\Big(\sum_{i=1}^{1000} X_i \leq 84\Big) \quad \text{e} \quad \textbf{(b)} \quad P\Big(\sum_{i=1}^{1000} X_i \geq -42\Big).$$

SECONDA PROVA IN ITINERE DI **CALCOLO DELLE PROBABILITÀ** del 6 giugno 2012, Prof. G. Nappo

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) ____

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi esclusivamente su questi fogli giustificando brevemente i passaggi svolti. Non è necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

Esercizio 2.

Si lancia un dado ben equilibrato. Sia X il valore ottenuto. A questo punto si lanciano X monete truccate in modo che la probabilità di testa sia $p = 6/7$ (in altre parola: se $X = k$ si lanciano k monete)

Posto Y_C il numero di **croci** ottenute in questo modo.

i) * Calcolare $P(Y_C = 6)$ e $P(Y_C = 5)$.

ii) * (a) **Sapendo che sono uscite esattamente 5 teste,** calcolare la probabilità che nel lanciare il dado sia uscito 5.
* (b1) Stessa domanda con 1 al posto dell'ultimo 5 * (b2) Stessa domanda con 6 al posto dell'ultimo 5.

iii) Scrivere l'espressione della densità discreta di Y_C.

iv) Mostrare che $\mathbb{E}(Y_C) = 1/2$

v) **(facoltativo)** Calcolare $\mathbb{E}(Y_C^2)$