Laurea triennale in INFORMATICA, Corso di **CALCOLO DELLE PROBABILITÀ**
seconda prova in itinere del 11 giugno 2014- Prof.Nappo - FOGLIO RISPOSTE

NOME e COGNOME____ **VOTO:** ____________

N.B. Mettere una croce sui punti risolti degli esercizi. ATTENZIONE ALLE DOMANDE CON L'ASTERISCO $*$

Esercizio 1.

i) □ $*$ ________________

ii) □ $*$ **(a)** ________________ □ $*$ **(b)** ________________ □ $*$ **(c)** ________________

iii) □ ________________

iv) □ ________________

v) □ (facoltativo) ________________

Esercizio 2.

i) □ $*$ ________________

ii) □ $*$ ________________

iii) □ **(a)** ________________ □ **(b)** ________________ □ **(c)** ________________

iv) □ **(a)** ________________ □ **(b)** ________________

v) □ **(a)** ________________ □ **(b)** ________________

Seconda prova in itinere di **CALCOLO DELLE PROBABILITÀ** del 11 giugno 2014, Prof. G. Nappo

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) ______________________________

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi esclusivamente su questi fogli giustificando brevemente i passaggi svolti.

Esercizio 1. Da un'urna che contiene 2 palline bianche e 3 rosse si estraggono 3 palline **SENZA REINSERIMENTO**. Sia $X = X_R$ il numero di palline rosse estratte. Successivamente si lancia una moneta truccata X volte (ossia, se $X = k$ si lancia la moneta k volte). La moneta è truccata in modo che testa esce con probabilità $p = 2/3$. Sia $Y = Y_T$ il numero di teste ottenute con questo procedimento.

i) $*$ Calcolare la densità discreta di X, individuando il tipo di distribuzione, e calcolare il suo valore atteso.

ii) $*$ ***(a)*** Calcolare la probabilità che $Y = 0$. $*$ ***(b)*** **Sapendo che** $Y = 0$, calcolare la probabilità che $X = 2$ $*$ ***(c)*** Gli eventi $\{Y = 0\}$ e $\{X = 2\}$ sono indipendenti?

iii) Calcolare il valore atteso di Y.

iv) Scrivere l'espressione della densità discreta di Y.

v) (facoltativo) Calcolare $E(Y^2)$. OPPURE Scrivere l'espressione della densità discreta congiunta di X e Y.

NOME e COGNOME____

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli **giustificando** brevemente i passaggi svolti.
ATTENZIONE: È necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo

Esercizio 2. Siano U e V variabili aletorie, a valori risettivamente in $\{-1, 0, 1\}$ e in $\{-1, 0, 1, 2\}$. Si assuma $P(U=-1, V=0) = P(U=-1, V=1) = P(U=0, V=-1) = P(U=0, V=0) = P(U=1, V=0) = P(U=1, V=2) = c$ e $P(U=i, V=j) = 0$ per i rimanenti valori di (i, j).

i) $*$ Spiegare il motivo per cui $c = 1/6$.

ii) $*$ Calcolare la densità discreta di V e mostrare che il suo valore atteso vale $1/3$ e la sua varianza vale $8/9$.

iii) **(a)** Calcolare $Cov(U, V)$. **(b)** Le variabili aleatorie U e V sono indipendenti?
(c) Gli eventi $\{U = 0\}$ e $\{V = 0\}$ sono indipendenti?

iv) Calcolare **(a)** la probabilità che $U+V$ sia uguale a -1 e **(b)** la probabilità che $V = 0$ **dato che** $U+V = -1$.

v) Se $\{X_i,\ i = 1, 2, ..., 1600\}$ sono variabili aleatorie (globalmente) indipendenti e tutte con la stessa legge di V, e $Y = \dfrac{\sum_{i=1}^{1600} X_i}{1600}$,
(a) utilizzando la disuguaglianza di Chebyshev, trovare una minorazione per $P\big(|Y - 1/3| \leq 1/30\big)$
(b) utilizzando il teorema centrale del limite, trovare una approssimazione per $P\big(|Y - 1/3| \leq 1/30\big)$.
(a voce: basta rispondere ad una fra le domande (a) o (b))