

Laurea triennale in INFORMATICA, Corso di **CALCOLO DELLE PROBABILITÀ**  
**COMPITO - 10 settembre 2012 - FOGLIO RISPOSTE**

NOME e COGNOME \_\_\_\_\_

CANALE: G. Nappo VOTO: \_\_\_\_\_

**N.B.** Scrivere le risposte dei vari punti degli esercizi

oppure, in mancanza di tempo e/o di spazio, mettere una croce sui punti risolti degli esercizi. ATTENZIONE ALLE DOMANDE CON L'ASTERISCO \*

**Esercizio 1.**

i)  \* (a) \_\_\_\_\_  (b) \_\_\_\_\_

ii)  \_\_\_\_\_

iii)  \_\_\_\_\_

iv)  \* \_\_\_\_\_

v)  \_\_\_\_\_

**Esercizio 2.**

i)  \* \_\_\_\_\_

ii)  \* \_\_\_\_\_

iii)  \_\_\_\_\_

iv)  (a) \_\_\_\_\_  (b) (facoltativo) \_\_\_\_\_

v)  (a) \_\_\_\_\_  (b) \_\_\_\_\_  (c) (facoltativo) \_\_\_\_\_

**Esercizio 3.**

i)  \* \_\_\_\_\_

ii)  \* \_\_\_\_\_

iii)  (a) \_\_\_\_\_ (b) \_\_\_\_\_

iv)  (a) \_\_\_\_\_ (b) \_\_\_\_\_

v)  \_\_\_\_\_

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) \_\_\_\_\_

**N.B.** Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli **giustificando** brevemente i passaggi svolti.

**ATTENZIONE: NON È NECESSARIO** svolgere tutti i calcoli fino in fondo. **Tuttavia** dovete esplicitare i coefficienti binomiali e cercare di semplificare i calcoli al massimo

**Esercizio 1.** Una piccola ditta produce viti e le vende in scatole contenenti 10 viti. Ciascuna vite, indipendentemente dalle altre, è difettosa con probabilità uguale al 2%

*i)* \* Calcolare

(a) la probabilità che una fissata scatola contenga esattamente 1 vite difettosa,

e

(b) la probabilità che ne contenga esattamente 2.

*ii)* Calcolare la probabilità che una fissata scatola contenga 2 o più viti difettose.

*iii)* Calcolare il numero atteso di viti difettose contenute in una fissata scatola.

**Supponiamo ora che, prima della vendita, da ciascuna scatola vengono estratte a caso e controllate quattro diverse viti.** La scatola passa direttamente alla vendita soltanto se non si rileva alcuna vite difettosa. Come prima, ciascuna vite, indipendentemente dalle altre, è difettosa con probabilità del 2%.

*iv)* \* Calcolare la probabilità condizionata che una scatola mostri al controllo 2 viti difettose, **data la condizione che essa contenga complessivamente 3 viti difettose.**

*v)* Calcolare la probabilità che una scatola contenga almeno una vite difettosa, **sapendo che la scatola è passata alla vendita.**

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) \_\_\_\_\_

**N.B.** Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli **giustificando** brevemente i passaggi svolti.

**ATTENZIONE: È necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo.**

**Esercizio 2.** Silvia lancia ripetutamente due dadi ben equilibrati. Lo scopo è ottenere un doppio sei. Sia  $S$  il numero di lanci effettuati da Silvia fino ad ottenere il primo *doppio sei* (ultimo lancio incluso). (**attenzione per lancio si intende il lancio contemporaneo dei due dadi**)

- i)* \* Calcolare la probabilità di ottenere un *doppio sei* in un lancio e individuare la distribuzione di  $S$ .
- ii)* \* **Sapendo che Silvia ha già effettuato 3 lanci**, calcolare la probabilità che  $S = 5$ .

Dopo i lanci effettuati da Silvia, anche Taddeo vuole provare lo stesso gioco. Sia  $T$  il numero di lanci di effettuati da Taddeo (sempre per ottenere per la prima volta un doppio sei)

- iii)* Calcolare il valore atteso di  $S + T$ , il numero totale di lanci effettuati (da Silvia e Taddeo).
- iv)* \* **(a)** Calcolare la probabilità che il numero totale di lanci effettuati sia 5, ossia la probabilità che  $S + T = n$ , con  $n = 5$ .  
**(b) (facoltativo)** stessa domanda con  $n$  generico.
- v)* **(a)** **Sapendo che il numero totale di lanci effettuati da Silvia e Taddeo è  $n$ , con  $n = 5$** , calcolare la probabilità che Silvia abbia effettuato  $k = 2$  lanci.  
**(b)** stessa domanda sempre con  $n = 5$  ma prendendo  $k = 5$  (invece di  $k = 2$ )  
**(c) (facoltativo)** Stessa domanda con  $n$  e  $k$  generici, specificando per quali valori di  $n$  e  $k$  viene strettamente positiva.

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) \_\_\_\_\_

**N.B.** Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli **giustificando** brevemente i passaggi svolti.

**ATTENZIONE: Svolgere tutti i calcoli fino in fondo.**

**Esercizio 3.**

Si  $U$  una variabile aleatoria a valori in  $\{0, +1, +2\}$  e  $V$  una variabile aleatoria a valori in  $\{-1, 0, +1\}$  tali che

$$P(U = 0, V = \pm 1) = P(U = +1, V = \pm 1) = P(U = +2, V = \pm 1) = \frac{8}{3}c,$$

$$\text{e } P(U = 0, V = 0) = P(U = +1, V = 0) = P(U = 2, V = 0) = c$$

- i)* \* Calcolare  $c$ .
- ii)* \* Calcolare la densità discreta di  $V$  e il suo valore atteso e la sua varianza.
- iii)* **(a)** Calcolare  $Cov(U, V)$ . **(b)** Le variabili aleatorie  $U$  e  $V$  sono indipendenti?
- iv)* Calcolare **(a)** la probabilità che  $U + V$  sia uguale a 0 e **(b)** la probabilità che  $U = 1$  dato che  $U + V = 0$ .
- v)* Se  $X_n, n \geq 1$  sono variabili aleatorie indipendenti con la stessa legge di  $V$ , e  $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  trovare una approssimazione per per  $P(S_{1900} \leq -20)$ .