Laurea triennale in INFORMATICA, Corso di **CALCOLO DELLE PROBABILITÀ**
COMPITO - 2 luglio 2012 - FOGLIO RISPOSTE

NOME e COGNOME____

CANALE: G. Nappo VOTO: __________

N.B. Scrivere le risposte dei vari punti degli esercizi
oppure, in mancanza di tempo e/o di spazio, mettere una croce sui punti risolti degli esercizi. ATTENZIONE ALLE DOMANDE CON L'ASTERISCO $*$

Esercizio 1.

i) ☐ $*$ __________

ii) ☐ $*$ __________

iii) ☐ $*$ __________

iv) ☐ __________

v) ☐ __________

vi) ☐ __________

Esercizio 2.

i) ☐ $*$ __________

ii) ☐ $*$ __________

iii) ☐ __________

iv) ☐ __________

v) ☐ __________

Esercizio 3.

i) ☐ $*$ __________

ii) ☐ $*$ __________

iii) ☐ (a) __________ (b) __________

iv) ☐ (a) __________ (b) __________

v) ☐ __________

Laurea triennale in INFORMATICA, Corso di **CALCOLO DELLE PROBABILITÀ**

Prof. G. Nappo – COMPITO - 2 luglio 2012

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) ______________________________

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli **giustificando** brevemente i passaggi svolti.
ATTENZIONE: È necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

Esercizio 1. Si lanciano 3 monete ben equilibrate e siano

$$A = \{\textit{la prima e la seconda moneta mostrano la stessa faccia (ossia entrambe testa o entrambe croce)}\}$$
$$B = \{\textit{la prima e la terza moneta mostrano la stessa faccia (ossia entrambe testa o entrambe croce)}\}$$
$$C = \{\textit{la seconda e la terza moneta mostrano la stessa faccia (ossia entrambe testa o entrambe croce)}\}$$

i) * Calcolare $\mathbb{P}(A)$ e $\mathbb{P}(B)$, e dimostrare che gli eventi A ed B sono indipendenti (in senso probabilistico).

ii) * Calcolare $P(A \cap B \cap C)$.

iii) * Gli eventi A, B, C formano una famiglia di tre eventi globalmente indipendenti?
(ovvero completamente indipendenti? ovvero mutuamente indipendenti?)

iv) Determinare la probabilità dell'evento $E = \{\textit{si verifica almeno uno tra gli eventi } A \textit{ e } B\}$.

v) **Sapendo** che si è verificato almeno uno tra gli eventi A e B, calcolare la probabilità dell'evento

$$F = \{\textit{la prima moneta è testa}\}.$$

vi) Gli eventi E ed F sono indipendenti?

Laurea triennale in INFORMATICA, Corso di **CALCOLO DELLE PROBABILITÀ**

Prof. G. Nappo – COMPITO - 2 luglio 2012

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) ______________________________

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli **giustificando** brevemente i passaggi svolti.
ATTENZIONE: È necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

Esercizio 2. Un autobus effettua un tragitto con 3 fermate. Un passeggero, Mario, sale al capolinea e, decide di scendere dall'autobus in modo aleatorio, seguendo il seguente procedimento:

Inizialmente lancia una moneta equilibrata e, **se esce testa**, ad ogni fermata lancia un dado equilibrato e scende se esce un numero pari altrimenti prosegue, mentre, **se esce croce**, ad ogni fermata lancia un dado e scende se esce un numero minore o uguale a due e altrimenti prosegue. Sia X il numero d'ordine della fermata alla quale scende Mario (notare che Mario parte da un capolinea e che comunque deve scendere all'altro capolinea, cioè alla terza fermata).

i) * Calcolare la densità discreta di X (ossia $P(X = k)$, per i valori k che può assumere X).

ii) * **Sapendo che Mario è sceso alla prima fermata**, calcolare la probabilità che sia uscita testa.

Giuseppe è un altro passeggero e decide invece di seguire la seguente strategia: ad ogni fermata lancia un dado e, se esce un numero minore o uguale a 3 scende, altrimenti prosegue. Sia Y il numero d'ordine della fermata alla quale scende Giuseppe.

iii) Calcolare la densità discreta di Y (ossia $P(Y = h)$, per i valori h che può assumere Y).

iv) Calcolare il valore atteso di Y (ossia $E(Y)$).

v) Calcolare la probabilità dell'evento $A = \{\textit{Mario e Giuseppe scendono alla stessa fermata}\}$

Laurea triennale in INFORMATICA, Corso di **CALCOLO DELLE PROBABILITÀ**

Prof. G. Nappo – COMPITO - 2 LUGLIO 2012

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) ____________________

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli **giustificando** brevemente i passaggi svolti.

ATTENZIONE: Svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

Esercizio 3.

Si U una variabile aleatoria a valori in $\{0, +1, +2\}$ e V una variabile aleatoria a valori in $\{-1, 0, +1\}$ tali che

$$P(U = 0, V = \pm 1) = P(U = 2, V = \pm 1) = c, \quad P(U = +1, V = \pm 1) = 2c,$$

$$\text{e} \quad P(U = 0, V = 0) = P(U = +1, V = 0) = P(U = 2, V = 0) = c$$

i) $*$ Calcolare c.

ii) $*$ Calcolare la densità discreta di V e il suo valore atteso e la sua varianza.

iii) (a) Calcolare $Cov(U, V)$. (b) Le variabili aleatorie U e V sono indipendenti?

iv) Calcolare (a) la probabilità che $U \cdot V$ sia strettamente minore di 0 e (b) la probabilità che $U = 1$ dato che $U \cdot V$ è strettamente minore di 0.

v) Se X_n, $n \geq 1$ sono variabili aleatorie indipendenti con la stessa legge di V, e $S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ trovare una approssimazione per $P(S_n \leq 0)$, per n grande.

vi) (facoltativo: perché inserito successivamente) Trovare una approssimazione per $P(S_{2200} \leq -20)$.