

Laurea triennale in INFORMATICA, Corso di **CALCOLO DELLE PROBABILITÀ**  
**COMPITO - 15 novembre 2012 - FOGLIO RISPOSTE**

NOME e COGNOME \_\_\_\_\_

CANALE: G. Nappo VOTO: \_\_\_\_\_

**N.B.** BARRARE i punti non risolti degli esercizi. Scrivere le risposte dei vari punti degli esercizi oppure, in mancanza di tempo e/o di spazio, METTERE UNA CROCE sui punti risolti degli esercizi. ATTENZIONE ALLE DOMANDE CON L'ASTERISCO \*

**Esercizio 1.**

i)  \* \_\_\_\_\_

ii)  \* (a) \_\_\_\_\_  (b) \_\_\_\_\_

iii)  \_\_\_\_\_

iv)  (a) \_\_\_\_\_  (b) \_\_\_\_\_

v)  \* (a) \_\_\_\_\_  (b) \_\_\_\_\_

**Esercizio 2.**

i)  \* (a) \_\_\_\_\_  (b) \_\_\_\_\_

ii)  \* (a) \_\_\_\_\_  (b) \_\_\_\_\_

iii)  \_\_\_\_\_

iv)  (a) \_\_\_\_\_  (b) \_\_\_\_\_

v)  (a) \_\_\_\_\_  (b) \_\_\_\_\_

**Esercizio 3.**

i)  \* \_\_\_\_\_

ii)  \* \_\_\_\_\_

iii)  (a) \_\_\_\_\_  (b) \_\_\_\_\_

iv)  (a) \_\_\_\_\_  (b) \_\_\_\_\_

v)  \_\_\_\_\_

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) \_\_\_\_\_

**N.B.** Scrivere, giustificando brevemente i passaggi svolti, le soluzioni degli esercizi su questi fogli

**ATTENZIONE: NON È NECESSARIO svolgere tutti i calcoli fino in fondo. Tuttavia dovete esplicitare i coefficienti binomiali e cercare di semplificare i calcoli al massimo**

**Esercizio 1.**

In una partita con le carte francesi, ossia un mazzo di 52 carte con 4 semi (cuori, quadri, fiori e picche) e tredici carte ciascuna (1=asso, 2,...,12,13), il mazzo viene diviso (a caso) tra quattro giocatori, Alberto, Benedetto, Carlo e Daniele, ciascuno dei quali riceve quindi 13 carte. Posto  $A$ , l'evento *Alberto riceve 2 assi (ossia esattamente due assi)* e similmente per gli eventi  $B$ ,  $C$  e  $D$ , calcolare le probabilità dei seguenti eventi:

- i)* \* Alberto riceve 2 assi,
- ii)* \* **(a)** sia Alberto che Benedetto ricevono 2 assi,    **(b)** almeno uno tra Alberto e Benedetto riceve 2 assi,
- iii)* **(a)** almeno uno tra Alberto, Benedetto e Carlo riceve 2 assi,  
**(b)** nessuno tra Alberto, Benedetto e Carlo riceve 2 assi.
- iv)* **Sapendo che almeno uno tra Alberto e Benedetto ha ricevuto 2 assi**, calcolare la probabilità che Carlo riceva 2 assi

Posto  $X_A$  il numero di assi ricevuti da Alberto,

- v)* \* **(a)** individuare il tipo di distribuzione di  $X_A$ ,    **(b)** calcolare il valore atteso di  $X_A$ .

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) \_\_\_\_\_

**N.B.** Scrivere, **giustificando brevemente i passaggi svolti**, le soluzioni degli esercizi su questi fogli.

**ATTENZIONE: È necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo.**

**Esercizio 2.**

Una prima urna contiene 6 palline rosse e 2 bianche. Una seconda urna contiene 5 palline rosse e 3 bianche. Si lancia un dado e si sceglie l'urna 1 se escono 5 o 6 e la seconda altrimenti. Successivamente, dall'urna scelta (SEMPRE LA STESSA) vengono estratte le palline ad una ad una CON REINSERIMENTO. Siano  $H_1$  l'evento  $\{\text{viene scelta l'urna 1}\}$  e  $H_2$  l'evento  $\{\text{viene scelta l'urna 2}\}$ . Per ogni  $n \geq 1$ , si indichi con  $R_n$  l'evento  $\{\text{all'estrazione } n\text{-sima viene estratta una pallina rossa}\}$  e con  $B_n$  l'evento  $\{\text{all'estrazione } n\text{-sima viene estratta una pallina bianca}\}$ .

- i) \* **(a)** Calcolare la probabilità di  $B_1$  e **(b)** calcolare la probabilità di  $B_2$ .
- ii) \* **(a)** Sapendo che la prima pallina estratta è bianca, calcolare la probabilità che sia stata scelta l'urna 1.  
**(b)** Sapendo che la seconda pallina estratta è bianca (**ATTENZIONE il colore della prima pallina estratta non è noto**), calcolare la probabilità che sia stata scelta l'urna 1.

Per ogni  $m \geq 1$ , si indichi con  $X_m$  il numero di palline rosse estratte nelle prime  $m$  estrazioni e con  $T$  il numero di estrazioni necessarie per ottenere per la prima volta una pallina rossa. **Dopo aver scritto in termini degli eventi  $B_n$ ,  $R_n$  e  $H_k$  gli eventi  $\{X_2 = 0\}$  e  $\{T = 2\}$ , rispondere alle seguenti domande**

- iii) **Sapendo che  $X_2 = 0$** , calcolare la probabilità che sia stata scelta l'urna 1.
- iv) **(a)** Gli eventi  $\{X_2 = 0\}$  e  $\{T = 2\}$  sono incompatibili? **(b)** Gli eventi  $\{X_2 = 0\}$  e  $\{T = 2\}$  sono indipendenti?
- v) **(a)** Calcolare la densità discreta di  $X_2$     **(b)** Calcolare il valore atteso di  $X_2$

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) \_\_\_\_\_

**N.B.** Scrivere, giustificando brevemente i passaggi svolti, le soluzioni degli esercizi su questi fogli.

**ATTENZIONE:** Svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

**Esercizio 3.**

Sia  $U$  una variabile aleatoria a valori in  $\{0, +2\}$  e  $V$  una variabile aleatoria a valori in  $\{-1, 0, +1\}$  tali che

$$P(U = 0, V = -1) = P(U = 0, V = 0) = P(U = 2, V = 0) = P(U = 2, V = 1) = 1/6 \text{ e } P(U = 0, V = 1) = 0$$

- i)* \* Calcolare  $P(U = 2, V = -1)$ .
- ii)* \* Calcolare la densità discreta di  $V$  e il suo valore atteso e la sua varianza.
- iii)* **(a)** Calcolare  $Cov(U, V)$ . **(b)** Le variabili aleatorie  $U$  e  $V$  sono indipendenti?
- iv)* Calcolare **(a)** la probabilità che  $U - 2V$  sia uguale a 0 e **(b)** la probabilità che  $U = 0$  dato che  $U - 2V = 0$ .
- v)* Se  $X_n$ ,  $n \geq 1$  sono variabili aleatorie indipendenti con la stessa legge di  $V$ , e  $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  trovare una approssimazione per  $P(S_{900} \leq -(300 + 15\sqrt{5}))$