

Laurea triennale in INFORMATICA, Corso di **CALCOLO DELLE PROBABILITÀ**
COMPITO INTERO e SECONDA PROVA IN ITINERE - 11 giugno 2012 - FOGLIO RISPOSTE

NOME e COGNOME _____

CANALE: G. Nappo VOTO: _____

N.B. Scrivere le risposte dei vari punti degli esercizi

oppure, in mancanza di tempo e/o di spazio, mettere una croce sui punti risolti degli esercizi. ATTENZIONE ALLE DOMANDE CON L'ASTERISCO *

Esercizio 1. (PER IL COMPITO INTERO)

i) * _____

ii) * _____

iii) * _____

iv) _____

v) _____

vi) _____

Esercizio 2. (PER IL COMPITO INTERO E LA II PROVA IN ITINERE)

i) * _____

ii) * _____

iii) _____

iv) _____

v) _____

Esercizio 3. (PER IL COMPITO INTERO E LA II PROVA IN ITINERE)

i) * _____

ii) * _____

iii) (a) _____ (b) _____

iv) (a) _____ (b) _____

v) _____

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) _____

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli **giustificando** brevemente i passaggi svolti.

ATTENZIONE: Non è necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

Esercizio 1. (PER IL COMPITO INTERO) Al gioco del lotto Alberto scommette puntando sull'ambo $\{3, 27\}$ sulla ruota di Roma e sulla quaterna $\{5, 27, 61, 83\}$ sulla ruota di Torino.

- i)* * Calcolare la probabilità p_A che ha Alberto di vincere entrambe le scommesse.
- ii)* * Calcolare la probabilità q_A che ha Alberto di vincere almeno una delle scommesse.
- iii)* * **Sapendo che Alberto ha vinto almeno una delle due scommesse**, calcolare la probabilità che sia uscito l'ambo $\{3, 27\}$ sulla ruota di Roma.

Benedetto invece scommette puntando sull'ambo $\{3, 27\}$ e sulla quaterna $\{5, 27, 61, 83\}$ entrambe sulla ruota di Roma.

- iv)* Calcolare la probabilità p_B che ha Benedetto di vincere entrambe le scommesse.
- v)* Calcolare la probabilità q_B che ha Benedetto di vincere almeno una delle scommesse.
- vi)* **Sapendo che Benedetto ha vinto almeno una delle due scommesse**, calcolare la probabilità che sia uscito l'ambo $\{3, 27\}$ sulla ruota di Roma.

Esercizio 2. (PER IL COMPITO INTERO E LA II PROVA IN ITINERE)

Una fabbrica produce apparecchi di grande precisione: i pezzi sono distinti in pezzi di alta qualità, di media qualità e guasti. Ciascun pezzo è guasto, di alta qualità o di media qualità indipendentemente gli uni dagli altri: con probabilità di guasto p_g pari all'1 per mille, probabilità di alta qualità p_a pari al 90 per cento. In un giorno ne vengono prodotti 500.

- i)* * Calcolare valore atteso e varianza del numero di apparecchiature guaste.
- ii)* * Calcolare (basta scrivere l'espressione) la probabilità che in un giorno prefissato ci siano al massimo 2 apparecchi guasti.
- iii)* Utilizzando l'approssimazione di Poisson, calcolare approssimativamente la probabilità che in un giorno prefissato ci siano al massimo 2 guasti.
- iv)* Calcolare (basta scrivere l'espressione) la probabilità che in un giorno prefissato ci siano esattamente 2 apparecchi guasti, e 470 apparecchi di alta qualità.
- v)* Scrivere un'espressione approssimata per la probabilità che in un anno ci siano almeno k apparecchi guasti.

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) _____

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli **giustificando** brevemente i passaggi svolti.

ATTENZIONE: Svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

Esercizio 3. (PER IL COMPITO INTERO E LA II PROVA IN ITINERE)

Siano U e V due variabili aleatorie a valori in $\{0, +1, +2\}$ tali che

$$P(U = 0, V = i) = P(U = 2, V = i) = c, \quad \text{e} \quad P(U = +1, V = i) = 2c, \quad \text{per} \quad i = 0, +1, +2$$

- i)* * Calcolare c .
- ii)* * Calcolare la densità discreta di U e il suo valore atteso e la sua varianza.
- iii)* (a) Calcolare $Cov(U, V)$. (b) Le variabili aleatorie U e V sono indipendenti?
- iv)* Calcolare (a) la probabilità che $U + V$ sia minore o uguale a 2 e (b) la probabilità che $U = 1$ dato che $U + V$ è minore o uguale a 2.
- v)* Trovare un valore di ε tale che la minorazione ottenuta con la disuguaglianza di Chebyshev $P(|X - E(X)| \leq \varepsilon)$ sia strettamente positiva, dove $X = U + V$.