Esercizi sugli errori

1. Si considerino la seguente approssimazione della funzione sen(x):
   sen(x)= x - x^3 /3! + x^5 /5! - …..
   - realizzare uno script Matlab che calcola forward error e backward error nel caso in cui la funzione seno venga approssimata usando solo il primo termine della serie e nel caso in cui ne vengano usati due, per x = 01, 0.5 e 1.0;
   - realizzare uno script Matlab che calcola gli errori assoluti e relativi delle precedenti approssimazioni per x= -2, -1, 0, 1, 2 e li presenta in una tabella con l'appropriato formato di stampa, al variare del numero di termini della serie usati;
   - visualizzare in una finestra grafica la funzione sen(x) e le sue approssimazioni ottenute variando il numero di termini della serie considerati.

2. Per il calcolo di π si possono usare differenti metodi:

   - Sviluppo in **serie di arctan**(1)= π/4: da cui π= 4 (1-1/3+1/5-1/7+1/9-.....)
   - Sviluppo in **serie di arcsin** (1/2)= π/6: da cui
     π= 6 (.5 + (.5)^3 / (2x3) + (1x3)(.5)^5 /(2x4x5)+ (1x3x5)(.5)^7 /(2x4x6x7)+.....)
   - **Regola dei trapezi**. La superficie di un cerchio di raggio unitario è π, quindi la superficie di un quarto di cerchio è π/4. Fissato un valore n, si può approssimare la superficie di un quarto di cerchio, ossia π/4, con la somma delle aree dei trapezi di altezza 1/n.
   - **Metodo di Montecarlo**. Il valore di π è approssimato nel seguente modo. Si generano n coppie di numeri casuali compresi tra 0 e 1. Siano in e tn rispettivamente il numero di punti di coordinate (x,y) interni al quarto di cerchio inscritto nel quadrato di lato 1 e il numero totale di punti considerato. π è approssimato da pn= 4 in/tn.
     Osservazione: si può descrivere il problema con il lancio di freccette in un bersaglio (cerchio di raggio 1 e centro (0,0)) contenuto in un quadrato di lato 2 e centro (0,0). Si assume che le freccette cadano con uguale probabilità all'interno del quadrato. Dopo un numero di lanci abbastanza grande, la frazione di freccette che cade all'interno del cerchio è approssimativamente uguale a π/4.
   - **Metodo di Archimede**. π è il rapporto fra la circonferenza del cerchio e il doppio del raggio e si può approssimare con il rapporto fra il perimetro di un poligono regolare inscritto ed il doppio della sua apotema. Archimede partì considerando un esagono inscritto in una circonferenza di raggio unitario, per il quale si sa che il lato dell'esagono è uguale al raggio cioè 1 e l'apotema è pari alla radice di 3 fratto 2. Raddoppiò quindi il numero di lati in modo da riuscire a calcolare il nuovo valore del lato e dell'apotema con la semplice applicazione del teorema di Pitagora.
     Considerò poi i poligoni con 12 lati, con 24, 48 e 96 e quindi poligoni approssimanti sempre meglio una circonferenza.

   Realizzare uno script matlab in cui ogni metodo viene realizzato richiamando un'opportuna function, che permetta di confrontare le approssimazioni ottenute rispetto a diversi parametri (accuratezza, errori, tempo di calcolo, operazioni usate).
   Visualizzare in una finestra grafica i valori di approssimazione di π per ogni metodo.