

Progetto di Sistemi Digitali – A

3 marzo 2011

Esercizio 1 (16 punti)

Progettare un circuito il cui output è 1 quando viene riconosciuta una delle seguenti stringhe:

001
100
101

L'output è zero altrimenti. Il primo bit che viene letto è il bit **più a sinistra**.

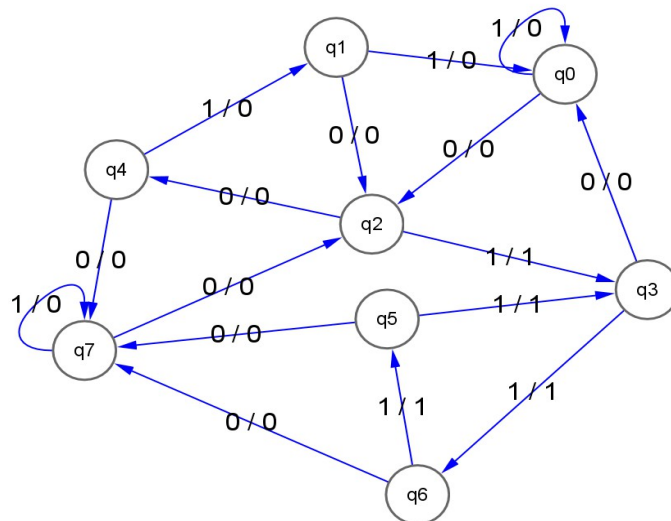
Le stringhe sono *sovrapponibili*, nel senso chiarito a lezione. Utilizzare Flip Flop di tipo JK. Pur non essendo richiesta l'applicazione di un criterio formale di minimizzazione dell'automa, sarà elemento di valutazione il numero degli stati complessivi utilizzati.

Esempio:

x: 100111100101
z: 001100001101

Esercizio 2 (14 punti)

Minimizzare il seguente automa usando il metodo di minimizzazione (tabella triangolare) visto a lezione. Quali sequenze riconosce l'automa?

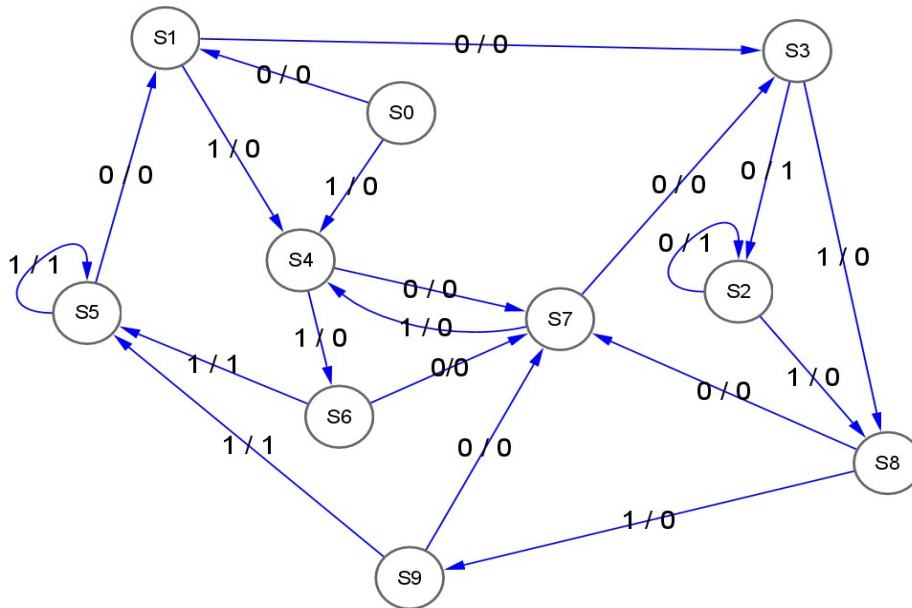


Progetto di Sistemi Digitali -B

3 marzo 2011

Esercizio 1 (14 punti)

Minimizzare il seguente automa usando il metodo di minimizzazione (tabella triangolare) visto a lezione. Quali sequenze riconosce l'automata?



Esercizio 2 (16 punti)

Progettare un circuito sequenziale che emetta 1 a seguito del riconoscimento **con sovrapposizione** delle seguenti sequenze di bit: 10, 001 e 11. Il circuito emette 0 altrimenti. Utilizzare Flip Flop di tipo JK. Ai fini della valutazione si terrà conto del numero di stati utilizzati per la realizzazione dell'automata.

Esempio:

x: 100111100101

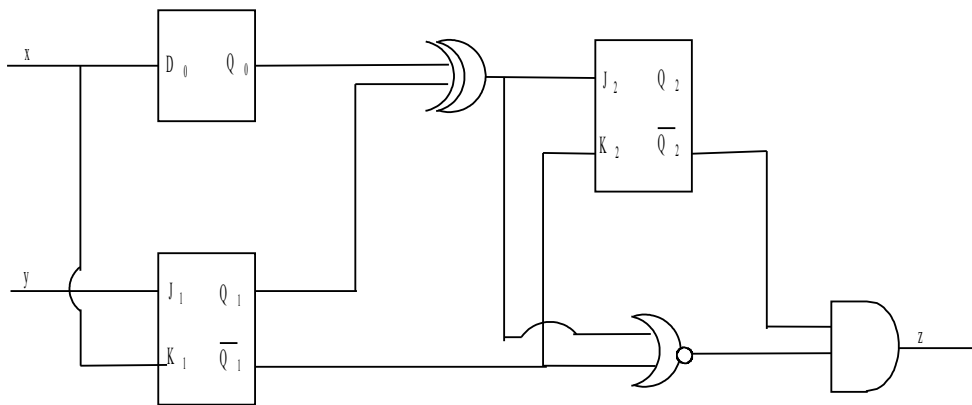
z: 010111110110

Progetto di Sistemi Digitali -c

3 marzo 2011

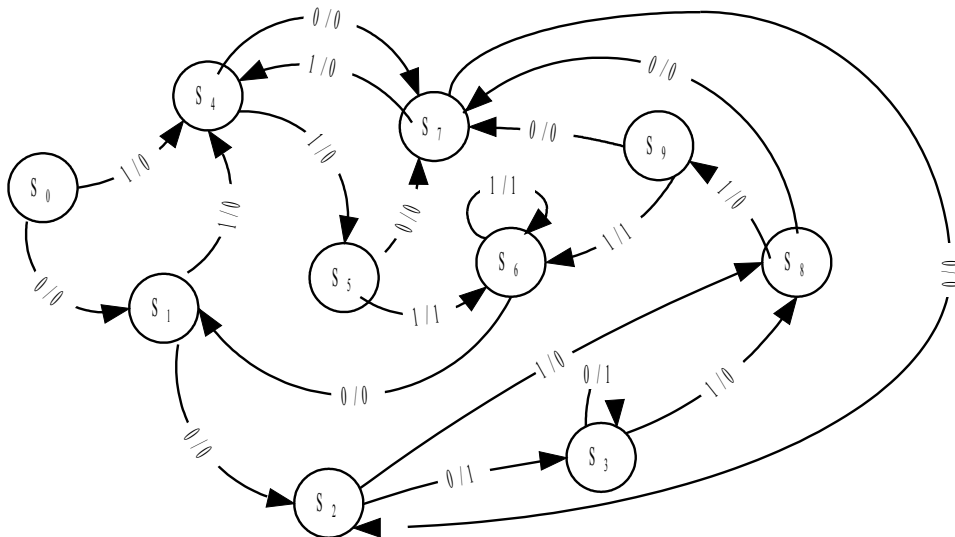
Esercizio 1 (16 punti)

Analizzare il seguente circuito sequenziale, ricavando la tabella degli stati futuri e l'automa associato.



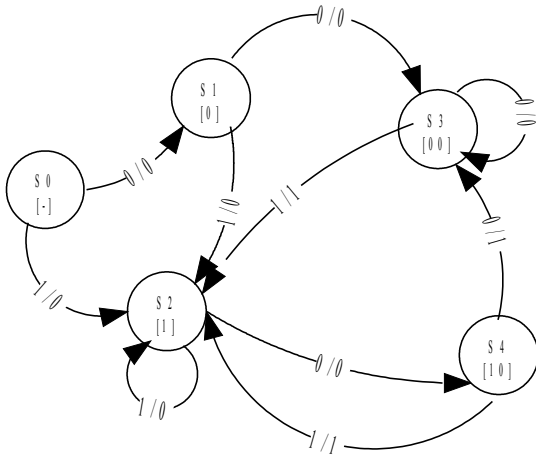
Esercizio 2 (14 punti)

Minimizzare il seguente automa usando il metodo di minimizzazione (tabella triangolare) visto a lezione. Quali sequenze riconosce l'automa?



Compito A - Soluzione Es. 1

L'automata che riconosce le sequenze richieste è il seguente:



La tabella degli stati futuri è la seguente:

x	Q ₂ (t)	Q ₁ (t)	Q ₀ (t)	J ₂	K ₂	J ₁	K ₁	J ₀	K ₀	Q ₂ (t+1)	Q ₁ (t+1)	Q ₀ (t+1)	z
0	0	0	0	0	X	0	X	1	X	0	0	1	0
0	0	0	1	0	X	1	X	X	0	0	1	1	0
0	0	1	0	1	X	X	1	0	X	1	0	0	0
0	0	1	1	0	X	X	0	X	0	0	1	1	0
0	1	0	0	X	1	1	X	1	X	0	1	1	1
0	1	0	1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
0	1	1	0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
0	1	1	1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
1	0	0	0	0	X	1	X	0	X	0	1	0	0
1	0	0	1	0	X	1	X	X	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	X	X	0	0	X	0	1	0	0
1	0	1	1	0	X	X	0	X	1	0	1	0	1
1	1	0	0	X	1	1	X	0	X	0	1	0	1
1	1	0	1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
1	1	1	0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
1	1	1	1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Applicando le mappe di Karnaugh, si ottengono le seguenti espressioni booleane minimizzate:

$$J_2 = \bar{x} Q_1 \bar{Q}_0$$

$$K_2 = 1$$

$$J_1 = Q_0 + Q_2 + x$$

$$K_1 = \bar{x} \bar{Q}_0$$

$$J_0 = \bar{x} \bar{Q}_1$$

$$K_0 = x$$

$$z = Q_2 + x Q_0 Q_1$$

Compito A - Soluzione Es. 2. L'automa in forma tabellare è:

	0	1
Q0	Q2/0	Q0/0
Q1	Q2/0	Q0/0
Q2	Q4/0	Q3/1
Q3	Q0/0	Q6/1
Q4	Q7/0	Q1/0
Q5	Q7/0	Q3/1
Q6	Q7/0	Q5/1
Q7	Q2/0	Q7/0

La tabella triangolare è:

Q1							
Q2	X	X					
Q3	X	X	(0,4)(3,6)				
Q4	(2,7)(0,1)	(2,7)	X	X			
Q5	X	X	(4,7)	(0,7)(3,6)	X		
Q6	X	X	(4,7)(3,5)	(0,7)(5,6)	X		
Q7		(4,7)	X	X	(1,7) (2,7)	X	X
	Q0	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6

Dopo una seconda analisi della tabella triangolare ed utilizzando il grafo di equivalenza si ottengono le seguenti equivalenze cui assegniamo i seguenti nuovi nomi di stato:

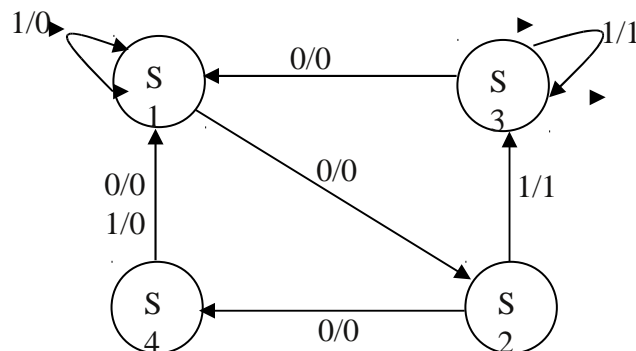
S1={Q0,Q1,Q7}

S2={Q2}

S3={Q3,Q5,Q6}

S4={Q4}

L'automa minimo è:



L'automa riconosce sequenze del tipo 011...1.

Compito B - Soluzione Es. 1

S1	(1,3) (4,4)								
S2	X	X							
S3	X	X	X						
S4	(1,7) (4,6)	(3,7) (4,6)	X	X					
S5	X	X	X	X	X				
S6	X	X	X	X	X	(1,7) (5,5)			
S7	(1,3) (4,4)	O	X	X	(7,3) (6,4)	X	X		
S8	(1,7) (4,9)	(3,7) (4,9)	X	X	O	X	X	(3,7) (4,9)	
S9	X	X	X	X	X	(1,7) (5,5)	O	X	X
	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8

da cui si ottengono i seguenti stati:

$$S_0' = \{ S_0 \}$$

$$S_1' = \{ S_1, S_7 \}$$

$$S_2' = \{ S_2, S_3 \}$$

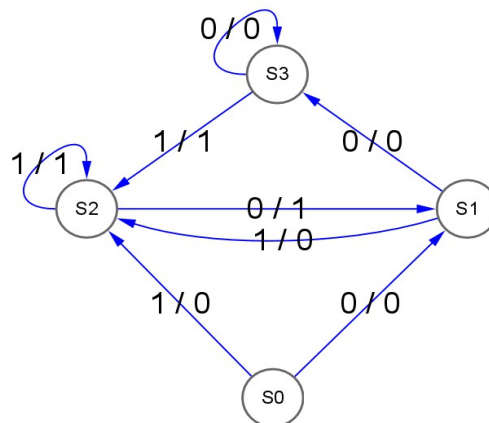
$$S_3' = \{ S_4, S_8 \}$$

$$S_4' = \{ S_5, S_6, S_9 \}$$

L'automa riconosce le sequenze 111...1 e 000...0 (di lunghezza almeno 3).

Soluzione es. 2

L'automa è il seguente:



Sono sufficienti due flip flop di tipo JK.

$Q_1(t)$	$Q_0(t)$	x	J_1	K_1	J_0	K_0	$Q_1(t+1)$	$Q_0(t+1)$	z
0	0	0	0	X	1	X	0	1	0
0	0	1	1	X	0	X	1	0	0
0	1	0	1	X	X	0	1	1	0
0	1	1	1	X	X	1	1	0	0
1	0	0	X	1	1	X	0	1	1
1	0	1	X	0	0	X	1	0	1
1	1	0	X	0	X	0	1	1	0
1	1	1	X	0	X	1	1	0	1

Le espressioni booleane minimizzate (ottenute a seguito dell'applicazione delle mappe di Karnaugh) sono:

$$J_1 = x + Q_0$$

$$K_1 = \overline{Q_0}x$$

$$J_0 = \overline{x}$$

$$K_0 = x$$

$$z = Q_1(\overline{Q_0} + x)$$

Il disegno del circuito è immediato.

Compito C

Soluzione Esercizio 1

Le espressioni booleane sono le seguenti:

$$D_0 = K_1 = x$$

$$J_1 = y$$

$$J_2 = Q_0 \oplus Q_1$$

$$K_2 = \overline{Q_1}$$

$$z = \overline{Q_2}(\overline{Q_1} + (Q_0 \oplus Q_1))$$

Il circuito ha 3 flip flop, quindi abbiamo 8 stati diversi.

Tabella delle transizioni:

Q ₂ (t)	Q ₁ (t)	Q ₀ (t)	x	y	J ₂	K ₂	J ₁	K ₁	D ₀	Q ₂ (t+1)	Q ₁ (t+1)	Q ₀ (t+1)	z
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0
1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0

1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0
1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0
1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0

La tabella degli stati futuri è la seguente:

	00	01	10	11
S0 (000)	S0	S2	S1	S3
S1 (001)	S4	S6	S5	S7
S2 (010)	S6	S6	S5	S5
S3 (011)	S2	S2	S1	S1
S4 (100)	S0	S2	S1	S3
S5 (101)	S0	S2	S1	S3
S6 (110)	S6	S6	S5	S5
S7 (111)	S6	S6	S5	S5

Il disegno dell'automa è immediato.

Soluzione Es. 2

Impostando la tabella triangolare risultano indistinguibili i seguenti insiemi di stati:

[1, 7], [2, 3], [4, 8], [5, 6, 9]

Le indistinguibilità vengono individuate nel seguente ordine:

[1, 7], [2, 3] e [5, 9] a fronte degli stessi input transitano negli stessi stati con gli stessi output

[5, 6] a seguito dell'indistinguibilità di [1, 7]

[6, 9] a seguito dell'indistinguibilità di [1, 7]

[4, 8] a seguito dell'indistinguibilità di [5, 9]

L'automa riconosce stringhe binarie che terminano in 000 oppure in 111.