Compito A

Nome:
Cognome:
Matricola o documento di identità:

Esercizio 1 (17 punti)

Si progetti un circuito sequenziale che riceve un solo bit x(t). L'uscita vale sempre zero, a meno che, ogni 3 bit ricevuti, la stringa x(t-2)x(t-1)x(t) non rappresenti una palindroma, cioè una parola che può essere letta da sinistra a destra e viceversa (es 010, 101 ..). In questo caso l'automa restituisce 1.

Esercizio 2 (9 punti)
Si progetti un sommatore aritmetico **<u>sequenziale</u>** (questo circuito è stato illustrato a lezione e fa parte del programma!!)

Esercizio 3 (4 punti)
Si convertano in rappresentazione binaria in complemento a due i seguenti interi: 4, -4, -10. Scrivete anche la formula di conversione in complemento a due di un intero N rappresentabile con n bit. Indicate con b_0, b_1.. b_n i bit della stringa. Quale è il ruolo di b_n??

Compito B

Nome:
Cognome:
Matricola o documento di identità:

Esercizio 1 (11 punti)

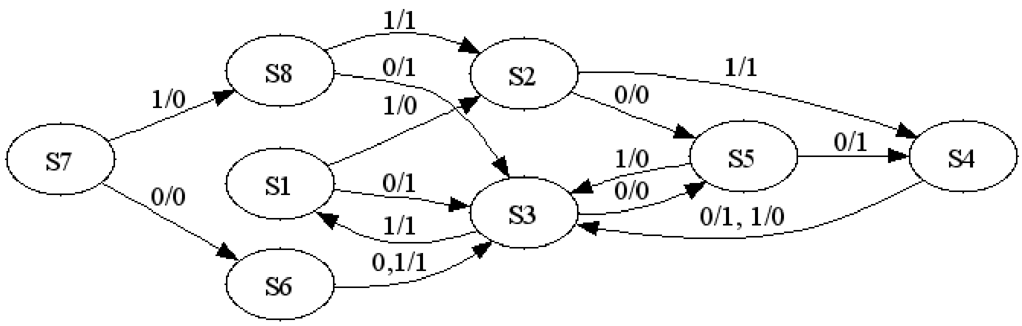
Un circuito sequenziale prende in ingresso una sequenza di bit x(0), x(1), x(2), ..., x(t). Gli ultimi due bit ricevuti all'istante t-1 e t vanno interpretati in base tre (ad esempio, se x(t-1) = 1 e x(t) = 0, abbiamo $10_3 = 11_2$). A ogni istante, il circuito restituisce in uscita il valore binario del numero in base 3 dato dagli ultimi due bit x(t-1) x(t). Ad esempio, data la sequenza in ingresso:

x = 00101101

il circuito restituisce il seguente output:

z2 = 00000100
z1 = 00010010
z0 = 00111011

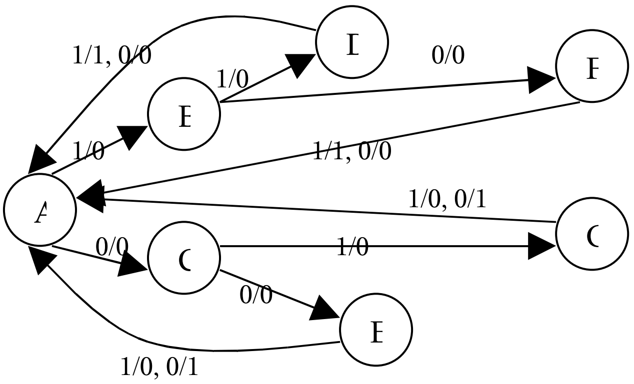
Esercizio 2 (13 punti)
Minimizzare il seguente automa e sintetizzare il circuito associato utilizzando flip flop di tipo JK:



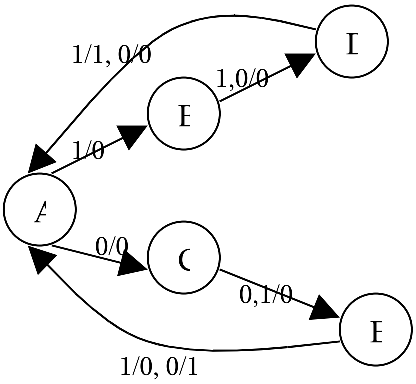
Esercizio 3 (6 punti)
Convertire in base 10 il seguente numero in virgola fissa 10011,101 e il seguente numero di 16 bit rappresentato in complemento a due: 1000000100110101. Mostrare il procedimento.

Soluzione Compito A
Esercizio 1:

Le stringhe di tre bit plaindrome sono: 000,010, 111, 101 (dunque 0X0 e 1X1)
Un automa **non** minimizzato e senza sovrapposizione delle stringhe, che mostra i possibili percorsi, è il seguente (si noti che <u>uno stato iniziale è necessario</u>, sia che si realizzi un automa senza sovrapposizione, ovvero che riparte dallo stato inziale ogni volta che riconosce una palindroma, sia nel caso in cui si realizzi un automa con sovrapposizione delle stringhe, mostrato in seguito):



Nell’automa è facile vedere che gli stati F e D, G ed E sono indistinguibili, quindi, F e G possono essere eliminati.



Poniamo A=000, B=001, C=010, D=011, E=100

Stato attuale (Q2Q1Q0)	Input X	D2D1D0	Output	Stato Futuro (Q2Q1Q0)
A 000	0	010	0	010
A 000	1	001	0	001
B 001	0	011	0	011
B 001	1	011	0	011
C 010	0	100	0	100
C 010	1	100	0	100
D 011	0	000	0	000
D 011	1	000	1	000
E 110	0	000	1	000
E 110	1	000	0	000
101	0	xxx	x	xxx
101	1	xxx	x	xxx

110	0	xxx	x	xxx
110	1	xxx	x	xxx
111	0	xxx	x	xxx
111	1	xxx	x	xxx

Calcoliamo ad esempio D0:

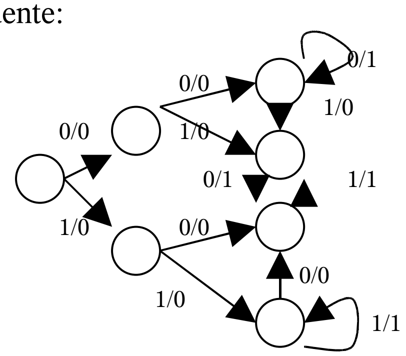
D0	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	x	x
10	x	x	x	x

Sfruttando le condizioni di indifferenza, si ottiene:

$D_0=\overline{Q_1}X+Q_0\overline{Q_1}$

eccetera

Lo stesso problema poteva essere risolto considerando le stringhe sovrapponibili. In questo caso l’automa era il seguente:



Esercizio 2

Si noti che un automa di Moore richiede quattro stati, ma ne bastano due con un automa di Mealy. Si noti inoltre che occorre un solo bit in uscita: s_i ovvero l'i-esimo bit della somma. Il riporto c_i viene memorizzato per il computo di s_{i+1} e non occorre renderlo disponibile in uscita.
Si riporta la soluzione con Moore.

Sommatore sequenziale:

Variabili di stato, input e output:

Somma	Riporto	Stato
0	0	S0
1	0	S1
0	1	S2
1	1	S3

Ad ogni transizione possiamo associare uno stato. Attraverso i quattro stati riusciamo a modellare il funzionamento del sommatore.

Tabella dei Grafi:

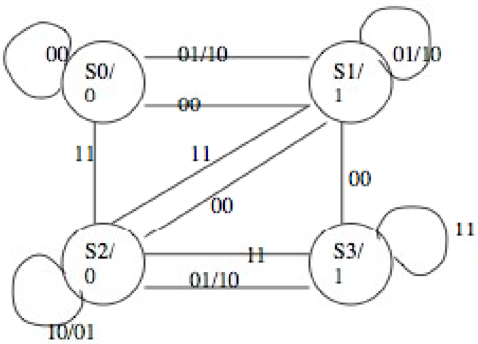


Tabella degli Stati

Ab/Q	00	01	11	10	Output
S0	S0	S1	S2	S3	0
S1	S0	S1	S2	S1	1
S2	S1	S2	S3	S2	0
S3	S1	S2	S3	S2	1

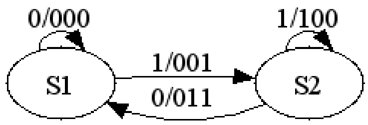
Esercizio 3

L'esercizio non specificava il numero di bit con cui esprimere il risultato. Con tre bit il massimo valore rappresentabile è +3 (011) ed il minimo -4 (100). Con 4 bit il range è da +7 (0111) a -8 (1000). Per rappresentare -10 occorrono invece 5 bit (10110). Perciò volendo rappresentare tutti e 3 gli interi con lo stesso numero di bit, ne occorrevano almeno 5.
Quindi: +4=00100 -4=11100 -10=10110

Il bit più significativo di una stringa in complemento a due **NON rappresenta il segno**, ma contribuisce al computo dell'intero che si vuole rappresentare, infatti, ad esempio:
10110= $-1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 = -16 + 4 + 2 = -10$
In generale, il bit più significativo b_n contribuisce per un valore pari a $-b_n 2^n$, valore che risulta essere 0 se b_n è zero, e -2^n se b_n è 1.

Soluzione compito B

Esercizio 1: sono sufficienti 2 stati, per "ricordare" l'ultimo bit ricevuto. L'automa è il seguente:



Q(t)	x	J0	K0	Q(t+1)	z2	z1	z0
0	0	0	X	0	0	0	0
0	1	1	X	1	0	0	1
1	0	X	1	0	0	1	1
1	1	X	0	1	1	0	0

Otteniamo quindi le seguenti espressioni minimizzate mediante le Mappe di Karnaugh:

Q\ x	0	1
0	0	1
1	X	X

J1 = Q+x

Q\ x	0	1
0	X	X
1	1	0

K1 = not(Q)+not(x)

z2 = Q x
z1 = Q not(x)
z0 = xor(Q, x)

Esercizio 2

Dalla tabella degli stati futuri:

Stato	Input 0	Input 1
S_1	$S_3/1$	$S_2/0$
S_2	$S_5/0$	$S_4/1$
S_3	$S_5/0$	$S_1/1$
S_4	$S_3/1$	$S_3/0$
S_5	$S_4/1$	$S_3/0$
S_6	$S_3/1$	$S_3/1$
S_7	$S_6/0$	$S_8/0$
S_8	$S_3/1$	$S_2/1$

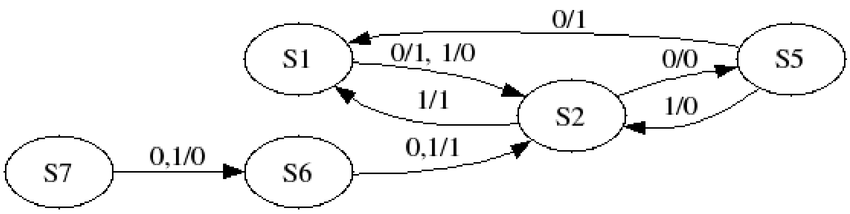
si ottiene la seguente tabella triangolare:

S2	X						
S3	X	(1,4)					
S4	(2,3)	X	X				
S5	X	X	X	X			
S6	X	X	X	X	X		
S7	X	X	X	X	X	X	
S8	X	X	X	X	X	(2,3)	X
	S1	**S2**	**S3**	**S4**	**S5**	**S6**	**S7**

ottenendo le seguenti classi di equivalenza:

{S1,S4}, {S2,S3}, S5, {S6,S8}, {S7}

e, infine, il seguente automa:



L’automa può essere implementato con due flip flop JK, secondo la seguente tabella:

Q2(t)	Q1(t)	Q0(t)	x	J2	K2	J1	K1	J0	K0	Q2 (t+1)	Q1 (t+1)	Q0 (t+1)	z
0	0	0	0	0	x	0	x	1	x	0	0	1	1
0	0	0	1	0	x	0	x	1	x	0	0	1	0
0	0	1	0	0	x	1	x	x	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	x	0	x	x	1	0	0	0	1
0	1	0	0	0	x	x	1	0	x	0	0	0	1
0	1	0	1	0	x	x	1	1	x	0	0	1	0
0	1	1	0	0	x	x	1	x	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	x	x	1	x	0	0	0	1	1
1	0	0	0	x	1	1	x	1	x	0	1	1	0
1	0	0	1	x	1	1	x	1	x	0	1	1	0
1	0	1	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
1	0	1	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
1	1	0	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
1	1	0	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
1	1	1	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
1	1	1	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

Minimizzando con Karnaugh, si ottengono le seguenti espressioni booleane:

J2 = 0
K2 = K1 = 1
J1 = Q2+Q0not(x)
J0 = not(Q1)+not(Q2)x
K0 = not(Q1)
z = Q0x+Q1Q0+not(Q2)not(Q0)not(x)

Esercizio 3

$10011,101 = 1 * 2^4 + 1 * 2 + 1 + 1/2 + 1/2^3 = 19,625$

$1000000100110101 = - 1 * 2^{15} + 1 * 2^8 + 1 * 2^5 + 1 * 2^4 + 1 * 2^2 + 1 * 2^0 = -32459$