COMPITO A

Esercizio 1 (5 punti)

Come realizzate un AND a tre ingressi utilizzando solo porte NAND? Disegnate lo schema circuitale.

Soluzione

AND(x, y, z) = NAND(NAND(x, NAND(NAND(y, z), NAND(y, z))), NAND(x, NAND(NAND(y, z), NAND(y, z))))

Esercizio 2 (5 punti)
Semplificare la seguente espressione:

$$F = \bar{x} \cdot \bar{z} + \bar{y} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{z} + xyz$$

usando la tabella di verità e poi la mappa di Karnaugh.

Soluzione

x	y	z	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

yz / x	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	1	0	1	1

$$F = \bar{z} + xy$$

Esercizio 3 (7 punti)

Progettare un circuito che riceve in ingresso due cifre da due bit, X: X0X1 e Y: Y0Y1 e produce in uscita Z=1 solo se X≤Y (es. se X0=0 X1=1 Y0=1 Y1=0 allora Z=1 poiché 01<10) . Scrivere le espressioni booleane dell'uscita e disegnare il circuito corrispondente.

Soluzione

X_0	X_1	Y_0	Y_1	Z
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1

0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

y0y1 / x0x1	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	1	1	1
11	0	0	1	0
10	0	0	1	1

$$z = \overline{x_1}y_0 + y_0y_1 + \overline{x_0}\,\overline{x_1} + \overline{x_0}y_1 + \overline{x_0}y_0$$

Esercizio 4 (6 punti)
Convertire in base 16 il numero binario 1011001010111011 senza passare per la base 10. Mostrare il procedimento.

Soluzione

1011 0010 1011 1011 = B2BB

Poiché:

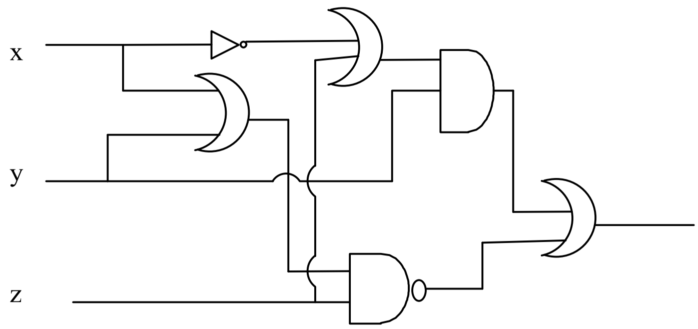
1011 = 2^3+2+1=11_{10} = B_{16}
0010 = 2_{16}
1011 = B_{16}
1011 = B_{16}

Esercizio 5 (6 punti)
Convertire in base 10 il numero binario 1001000000111011 rappresentato in complemento a due.

Soluzione

1001000000111011 = $-2^{15}+2^{12}+2^5+2^4+2^3+2+1$ = -28613

Esercizio 6 (5 punti)
Analizzare il seguente circuito, minimizzandone l'espressione booleana.



Soluzione

$$F = (\overline{x} + z)y + \overline{(x+y)z} = \overline{x}y + zy + \overline{(x+y)} + \overline{z} = \overline{x}y + zy + \overline{x}\,\overline{y} + \overline{z}$$

x	y	z	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

yz \ x	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	1	0	1	1

$$F = \overline{x} + y + \overline{z}$$

COMPITO B

Esercizio 1 (7 punti)

Progettare un circuito combinatorio a tre ingressi X2X1X0 e due uscite Y1Y0 tale per cui X2+X1+X0= Y1Y0 dove "+" indica la somma aritmetica, non logica. Scrivere le espressioni booleane di ciascuna uscita e disegnare il circuito corrispondente.

Soluzione

X_2	X_1	X_0	Y_1	Y_0
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

x_1x_0 \ x_2	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

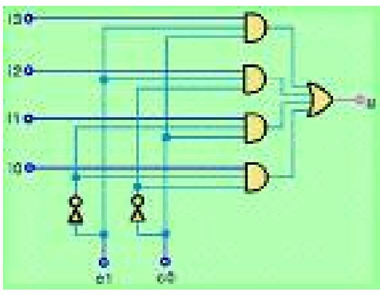
$$y_1 = x_1x_0 + x_2x_0 + x_2x_1$$

x_1x_0 \ x_2	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

$$y_0 = x_2\overline{x_1}\,\overline{x_0} + \overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + x_2x_1x_0 + \overline{x_2}x_1\overline{x_0}$$

Esercizio 2 (5 punti)

Analizzare il seguente circuito a 6 ingressi e una uscita.



Soluzione

$$u = \overline{c_0}\,\overline{c_1} i_0 + c_0 \overline{c_1} i_1 + \overline{c_0} c_1 i_2 + c_0 c_1 i_3$$

Esercizio 3 (5 punti)

$x_3 x_2$ \ $x_1 x_0$	**00**	**01**	**11**	**10**
00	1	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	0	1

Determinare l'espressione booleana minima in forma normale disgiuntiva.

Soluzione

$x_3 x_2$ \ $x_1 x_0$	**00**	**01**	**11**	**10**
00	1	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	0	1

L'espressione booleana minima è: $\overline{x_2}\,\overline{x_0} + x_2 x_0$

Esercizio 4 (6 punti)
Convertire da base 3 a base 2 il numero 1201.

Soluzione

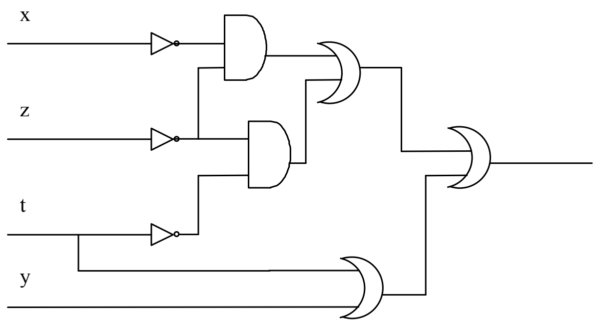
$1203_3 = 3^3+2*3^2+3*3^0=48_{10}$
$48_{10}=110000_2$ (applicando il metodo delle divisioni iterative: va scritto sul foglio!!!)

Esercizio 5 (6 punti)
Convertire in base 10 il numero binario 1000000110101001 rappresentato in complemento a due.

Soluzione

$1000000110101001 = -2^{15}+2^8+2^7+2^5+2^3+2^0=-32343$

Esercizio 6 (5 punti)
Analizzare il seguente circuito ottenendo l'espressione booleana associata (non è necessario minimizzarla).



Soluzione

$$\overline{x}\,\overline{z} + \overline{z}\,\overline{t} + t + y$$

COMPITO C

Esercizio 1 (9 punti)
Progettare il circuito che riceve in ingresso 3 bit x2x1x0 e produce in uscita la stringa y3y2y1y0 corrispondente al valore binario opposto (cioè di segno negativo) rispetto a quello in ingresso, espresso in complemento a due (esempio: se in ingresso ho 111=+7 in uscita devo avere una stringa corrispondente al valore -7 in complemento a due). Scrivere le espressioni booleane minime FND di ciascuna uscita e disegnare il circuito corrispondente.

Soluzione

X_2	X_1	X_0	Y_3	Y_2	Y_1	Y_0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	1	0	0	1

x_2 \ $x_1 x_0$	**00**	**01**	**11**	**10**
0	0	1	1	1
1	1	1	1	1

$$y_3 = x_0 + x_2 + x_1$$

x_2 \ $x_1 x_0$	**00**	**01**	**11**	**10**
0	0	1	1	1
1	1	0	0	0

$$y_2 = \overline{x_2}x_0 + \overline{x_2}x_1 + x_2\overline{x_1}\,\overline{x_0}$$

$x_1\ x_0$ / x_2	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	0	1	0	1

$$y_1 = \overline{x_1}x_0 + x_1\overline{x_0}$$

$x_1\ x_0$ / x_2	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	1	1	0

$$y_0 = x_0$$

Esercizio 2 (5 punti)
Disegnare il circuito minimo corrispondente alla seguente mappa di Karnaugh:

$x_1\ x_0$ / $x_3\ x_2$	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	1	1
11	0	1	0	1
10	1	0	0	1

Determinare l'espressione booleana minima in forma normale disgiuntiva

Soluzione

$x_1\ x_0$ / $x_3\ x_2$	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	1	1
11	0	1	0	1
10	1	0	0	1

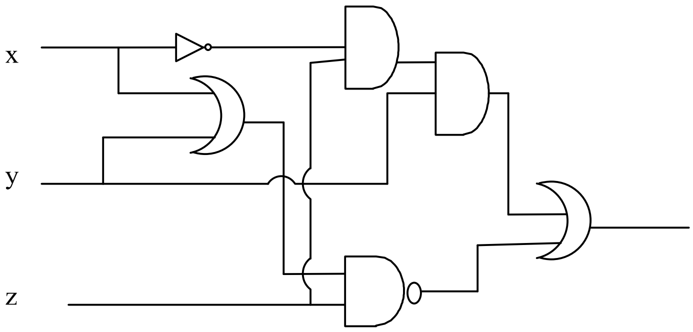
$$F = \overline{x_2}\,\overline{x_0} + x_2\overline{x_1}x_0 + \overline{x_3}x_2x_1 + x_1\overline{x_0}$$

Esercizio 3 (3 punti)
Progettare il circuito con tre ingressi x2x1x0 e una uscita y tale per cui y=1 se la stringa di ingresso contiene due zeri. Scrivere solo la tabella di verità.

X_2	X_1	X_0	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1

1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Esercizio 4 (5 punti)
Analizzare il seguente circuito, minimizzandone l’espressione booleana.



Soluzione

$$F = \bar{x}yz + \overline{(x+y)z}$$

Minimizzando con Karnaugh si ottiene: $F = \bar{x} + \bar{z}$

Esercizio 5 (6 punti)
Rappresentare in virgola mobile il seguente numero decimale: 0,125. Utilizzare 11 bit per la mantissa e 4 per l’esponente (rappresentato in complemento a due).

Soluzione

0,125 x 2 = **0**,25
0,25 x 2 = **0**,50
0,50 x 2 = **1**,00

0,125 = $0{,}001_2$

$0{,}001_2 = 0{,}1 * 2^{-2}$ = <0, 10000000000, 1110>

(l’esponente -2 è rappresentato in complemento a due: 1110)

Esercizio 6 (6 punti)
Rappresentare in virgola fissa il seguente numero decimale: 124,1875. Quanti bit sono necessari per rappresentare la parte frazionaria?

Soluzione

124 / 2 = 62 (resto: 0)
62 / 2 = 2 (resto: 0)
31 / 2 = 15 (resto: 1)
15 / 2 = 7 (resto: 1)
7 / 2 = 3 (resto: 1)
3 / 2 = 1 (resto: 1)

1 / 2 = 0 (resto: 1)

$124_{10} = 1111100_2$

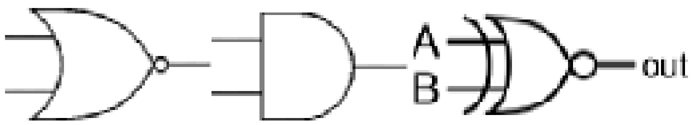
0,1875 x 2 = **0**,375
0,375 x 2 = **0**,75
0,75 x 2 = **1**,5
0,5 x 2 = **1**,0

0,1875 = 0,0011

$124{,}1875 = 1111100{,}0011_2$

COMPITO D

Esercizio 1 (5 punti)
Implementare ciascuna delle funzioni elementari in figura tramite porte NAND.



Soluzione

1) $\overline{x+y} = \bar{x}\,\bar{y} = \overline{\overline{\bar{x}\,\bar{y}}} = \overline{\overline{\overline{xx}\,\overline{yy}}\;\overline{\overline{xx}\,\overline{yy}}}$

2) $xy = \overline{\overline{xy}} = \overline{\overline{xy}\,\overline{xy}}$

3) $\bar{x}\,\bar{y} + xy = \overline{\overline{\bar{x}\,\bar{y}}} + \overline{\overline{xy}} = \overline{\overline{xy}\;\overline{\bar{x}\,\bar{y}}} = \overline{\overline{xy}\;\overline{\overline{xx}\,\overline{yy}}}$

Esercizio 2 (7 punti)
Sintetizzare il circuito con tre ingressi x2x1x0 e 8 uscite: y7y6y5y4y3y2y1y0. Se la stringa binaria di ingresso x2x1x0 corrisponde al numero naturale i (i=0,1,2,…,7) la stringa di uscita deve avere tutti i bit uguali a zero, tranne l'i-esimo bit. Scrivere le espressioni booleane di ciascuna uscita e disegnare il circuito corrispondente.

Soluzione

X_2	X_1	X_0	Y7	Y6	Y5	Y4	Y3	Y2	Y1	Y0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0

$$y_7 = x_2 x_1 x_0$$
$$y_6 = x_2 x_1 \overline{x_0}$$
…
$$y_0 = \overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$$

Esercizio 3 (5 punti)
Disegnare il circuito minimo corrispondente alla seguente mappa di Karnaugh

x_1 x_0 / **x_3 x_2**	**00**	**01**	**11**	**10**
00	1	0	0	1
01	0	1	0	1
11	0	1	0	0

10	1	0	0	1

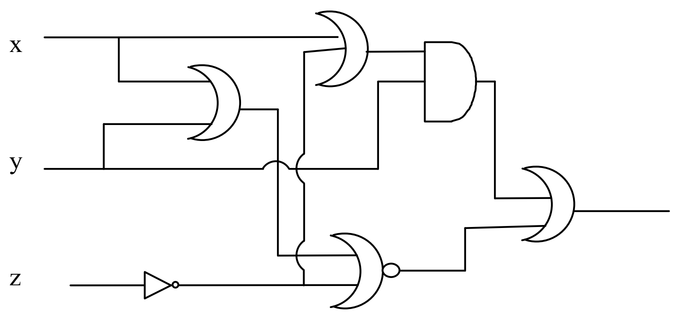
Determinare l’espressione booleana minima in forma normale disgiuntiva

Soluzione

$x_1\,x_0$ / $x_3\,x_2$	**00**	**01**	**11**	**10**
00	1	0	0	1
01	0	1	0	1
11	0	1	0	0
10	1	0	0	1

$$F = \overline{x_2}\,\overline{x_0} + x_2\overline{x_1}x_0 + \overline{x_3}x_1\overline{x_0}$$

Esercizio 4 (5 punti)
Analizzare il seguente circuito. Minimizzare l’espressione booleana risultante.



Soluzione

$$u = xy + y\overline{z} + \overline{x}\,\overline{y}z$$

L’espressione è già minimizzata (si può vedere con le mappe di Karnaugh)

Esercizio 5 (6 punti)
Rappresentare in virgola mobile il seguente numero decimale: 29,87. Utilizzare 11 bit per la mantissa e 4 per l’esponente. Si ha una perdita di precisione? Motivare la risposta.

Soluzione

29 / 2 = 14 (resto 1)
14 / 2 = 7 (resto 0)
7 / 2 = 3 (resto 1)
3 / 2 = 1 (resto 1)
1 / 2 = 0 (resto 1)

$29 = 11101_2$

0,87 x 2 = **1**,74

0,74 x 2 = **1**,48
0,48 x 2 = **0**,96
0,96 x 2 = **1**,92
0,92 x 2 = **1**,84
0,84 x 2 = **1**,68

Ci fermiamo qui perché abbiamo 11 bit per la mantissa. Abbiamo:

29,87= 11101,110111 = 0,11101110111 * 2^5 = <0, 11101110111, 0101>

Abbiamo perdita di precisione poiché potremmo procedere con il metodo delle moltiplicazioni (il che implica che possiamo avere maggior precisione aggiungendo ulteriori bit alla mantissa).

Esercizio 6 (6 punti)
Rappresentare in virgola fissa il seguente numero decimale: 77,53125. Quanti bit sono necessari per rappresentare la parte frazionaria?

77,53126 = 1001101,10001 (procedimento come nell’es. 5)