Esercizi svolti e da svolgere
sugli argomenti trattati nella lezione 9

Esercizi svolti

Es. 1. Si costruisca la tavola di verità della seguente espressione booleana:

$$(x \oplus (y\ NOR\ \bar{z}))\ \ NAND\ \ (x+yz)$$

SOLUZIONE:

x	y	z	$\bar{z}$	$y\ NOR\ \bar{z}$	$x\oplus(y\ NOR\ \bar{z})$	yz	$x+yz$	$x\oplus(y\ NOR\ z)\ NAND\ (x+yz)$
0	0	0	1	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0
1	1	1	0	0	1	1	1	0

Es. 2. Si verifichi, mediante le tavole di verità, la seguente uguaglianza:

$$\bar{x} + z\,(\,\bar{x} + y\,)\ =\ \bar{x} + z\,y$$

Si scrivano poi le espressioni duale e complementare dell'uguaglianza.

SOLUZIONE:

La tavola di verità delle due espressioni è:

x	y	z	$\bar{x}$	zy	$\bar{x} + zy$	$\bar{x}$	$\bar{x}+y$	$z(\bar{x}+y)$	$\bar{x}+z(\bar{x}+y)$
0	0	0	1	0	1	1	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	1	0	1	1	1

L'espressione duale è $\bar{x}\,(\,z + \bar{x}\,y\,)\ =\ \bar{x}\,(\,z + y\,)$

L'espressione complementare è $x\,(\,\bar{z} + x\,\bar{y}\,)\ =\ x\,(\,\bar{z} + \bar{y}\,)$

Es. 3. Sia $y = x1\, x0 + \underline{x1}\ \underline{x0}$. Si esprima y con una espressione booleana equivalente formata da sole porte NAND.

SOLUZIONE:

Si lavora usando De Morgan e la definizione della negazione con porte NAND

$$
\begin{aligned}
x1\, x0 + \underline{x1}\ \underline{x0} &= x1\, x0 + \underline{(x1 + x0)} \\
&= \underline{(x1\, x0)} \text{ NAND } (x1 + x0) \\
&= (x1 \text{ NAND } x0) \text{ NAND } (\underline{x1} \text{ NAND } \underline{x0}) \\
&= (x1 \text{ NAND } x0) \text{ NAND } ((x1 \text{ NAND } x1) \text{ NAND } (x0 \text{ NAND } x0))
\end{aligned}
$$

Esercizi da svolgere

Es. 1. Si consideri la seguente espressione booleana: $x + \bar{z}(x + \bar{y}(x + z))$.
Se ne costruisca la tavola di verità, l'espressione duale e la complementare.

Es. 2. Si considerino le seguenti espressioni booleane, dove il simbolo $\oplus$ denota lo XOR (cioè, l'OR esclusivo, che vale 1 se e soltanto se uno dei due operatori vale 1) e le si riscrivano usando solo porte NAND:

$$X \oplus (Y \oplus Z)$$

$$XY + XZ + YZ$$