Sapienza Università di Roma
Dipartimento di Informatica

Operazioni sui naturali

Prof. Daniele Gorla

Aritmetica in base 2

Tutte le operazioni vengono eseguite come in base 10, ma *modulo 2*

Es.: $(1 + 1)_2 = 10_2$

Quindi, anche i riporti e i prestiti agiscono *modulo 2!!*

SOMMA:

In base 2 si ha:

0+0 = 0, riporto = 0
0+1 = 1+0 = 1, riporto = 0
1+1 = 0, riporto = 1

Somma (esempio)

Sommare in base 2 i numeri 110001 e 10111.

Svolgimento:

$$
\begin{array}{r l}
1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1 & + \\
1\ 0\ 1\ 1\ 1 & = \\
\hline
1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0 &
\end{array}
$$

Infatti: $110001_2 = (2^5+2^4+1)_{10} = (32+16+1)_{10} = 49_{10}$

$10111_2 = (2^4+2^2+2+1)_{10} = (16+4+2+1)_{10} = 23_{10}$

$1001000_2 = (2^6+2^3)_{10} = (64+8)_{10} = 72_{10}$

Overflow

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

Nell'esempio precedente, se gli interi fossero stati rappresentati con 6 bit, il risultato non sarebbe stato rappresentabile (richiede 7 bit) → *overflow*

Non ci sarebbe stato overflow se invece il formato prevedeva 7 o più bit per la rappresentazione

Per la somma tra naturali, una volta fissata la dimensione della rappresentazione, c'è un overflow se e solo se il riporto risultante dalla somma dei MSB è 1

Sottrazione

Nei naturali, la sottrazione è definita solo se il sottraendo non è maggiore del minuendo, cioè

$$m - s \text{ è definita solo se } m \geq s$$

Sottrazione	**Differenza**	**Prestito**
0-0	0	0
1-1	0	0
1-0	1	0
0-1	1	1

Se c'è un prestito e il bit precedente è un 1, questo viene modificato in 0;

Se c'è un prestito e il bit precedente è uno 0, questo è modificato in 1 e così tutti gli 0 successivi, finché non si incontra un 1. Questo viene posto a 0 e si ripristina il processo di sottrazione;

Se non si incontra nessun 1, vuol dire che il sottraendo è maggiore del minuendo e quindi la sottrazione non è possibile nei naturali.

Sottrazione

Esempi:

$$
\begin{array}{r}
{\scriptstyle 0} \\
11010\ - \\
00100\ = \\
\hline
10110
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
{\scriptstyle 011} \\
11000\ - \\
10001\ = \\
\hline
00111
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
{\scriptstyle 01011} \\
101000\ - \\
011001\ = \\
\hline
001111
\end{array}
$$

$(26\text{-}4=22)_{10}$ $(24\text{-}17=7)_{10}$ $(40\text{-}25=15)_{10}$

Moltiplicazione

Come siamo abituati dalle elementari, ma in base 2:

- prodotti parziali
- slittamento dei prodotti parziali
- Somma prodotti parziali slittati

$$
\begin{array}{r}
1011\ \times \\
1101\ = \\
\hline
1011 \\
0000- \\
1011-- \\
1011--- \\
\hline
10001111
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
11_{10}\ \times \\
13_{10}\ = \\
\hline
33\phantom{_{10}\ =} \\
11-\phantom{_{10}\ =} \\
\hline
143_{10}
\end{array}
$$

N.B.: il risultato ha lunghezza doppia!

Divisione

Più complessa della moltiplicazione
Stesso procedimento a cui siamo abituati, ma sempre in base 2!

147:11 = 13 resto 4

```
147 | 11
11  |----
 37 | 13
 33 |
  4 |
```

```
10010011 | 1011
 1011    |--------
001110   |
  1011   | 1101
  001111 |
    1011 |
     100 |
```