Esonero di Progettazione di sistemi digitali – 17 novembre 2011

Compito A

Esercizio 1 (algebra di Boole)

Semplificare la seguente espressione booleana: $\bar{a}\,bc+\overline{(a+\bar{c})(\bar{a}+c)}+b$

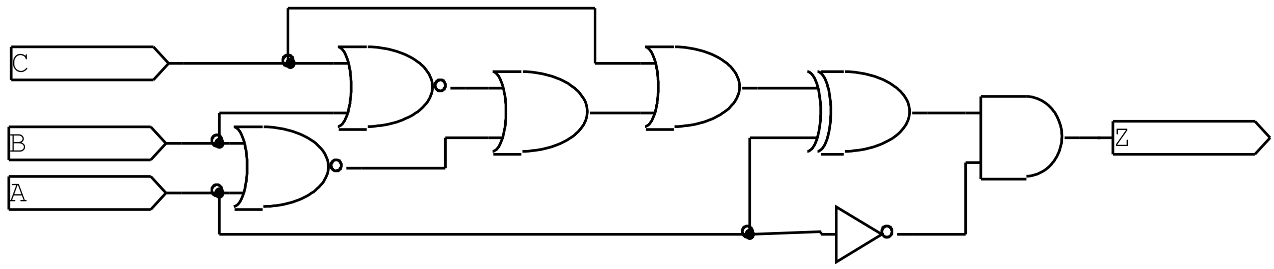
Trasformare l'espressione semplificata in modo da ottenere un'espressione POS normale.

Esercizio 2 (rappresentazione)

1) Rappresentare i numeri decimali X=83,2648 x 10^5 e Y= 789,652 x 10^4 in virgola mobile, ove la tripla ha 8 cifre per la mantissa e 3 per l'esponente. Eseguire la somma e dare il risultato sotto forma di tripla.
2) Dato A = -35
    - determinare il numero di bit necessari per rappresentarlo in complemento a 2 e l'intervallo di rappresentazione relativo a tale numero di bit
    - scrivere A nella rappresentazione in complemento a 2
    - sommare ad A il valore B=12

Esercizio 3 (analisi)

Si analizzi il circuito seguente e se ne calcoli la funzione Z nella forma **POS canonica**



Esercizio 4 (sintesi)

Sia dato un valore **X** rappresentato nella codifica in complemento a 2 con 4 bit.
Si deve calcolare il quoziente intero **Y=(X+1)/2** rappresentandolo con 3 bit in complemento a 2
(**ATTENZIONE** alla divisione intera, che non da resto, per es.: **-3/2=-1** e **+5/2=2**)
Si considerino don't care i valori Y non rappresentabili.
Si progetti il circuito usando una **PLA**.

Esonero di Progettazione di sistemi digitali - 17 novembre 2011

Compito B

Esercizio 1 (algebra di Boole)

Semplificare la seguente espressione booleana: $\overline{(\overline{b}+\overline{c})}\cdot\overline{a}+\overline{b+c}+a\overline{b}\overline{c}$

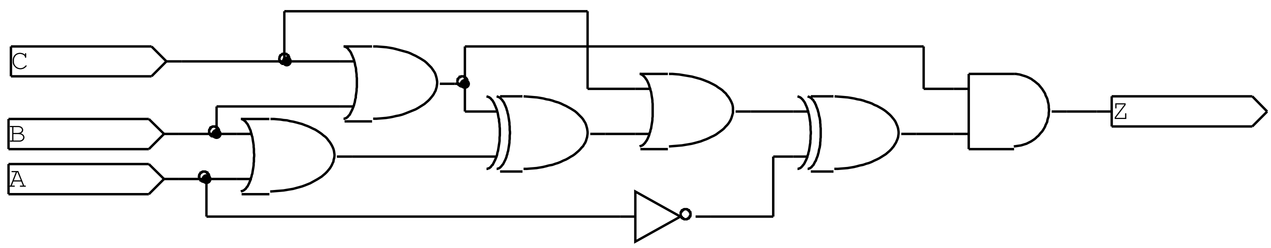
Trasformare l'espressione semplificata in modo da ottenere un'espressione POS normale.

Esercizio 2 (rappresentazione)

1) Rappresentare i numeri decimali X=4327,48 x 10^2 e Y= 91,4316 x 10^4 in virgola mobile, ove la tripla ha 8 cifre per la mantissa e 3 per l'esponente. Eseguire la somma e dare il risultato sotto forma di tripla.
2) Dato A = -73
   - determinare il numero di bit necessari per rappresentarlo in complemento a 2 e l'intervallo di rappresentazione relativo a tale numero di bit
   - scrivere A nella rappresentazione in complemento a 2
   - sommare ad A il valore B=25

Esercizio 3 (analisi)

Si analizzi il circuito seguente e se ne calcoli la funzione Z in forma **POS minimizzata**



Esercizio 4 (sintesi)

Siano dati due valori **A** e **B,** interi rappresentati ciascuno da 2 bit.
Si deve calcolare il valore **Y = A*B - 3** rappresentandolo con 3 bit in complemento a 2
Si considerino don't care i valori Y non rappresentabili.
Si progetti il circuito usando **MUX 8-a-1**.

Esonero di Progettazione di sistemi digitali - 17 novembre 2011

Compito C

Esercizio 1 (algebra di Boole)

Semplificare la seguente espressione booleana: $\overline{x\cdot(y+\bar{z})}+\overline{\bar{y}+z}+\bar{x}\,y\,\bar{z}$

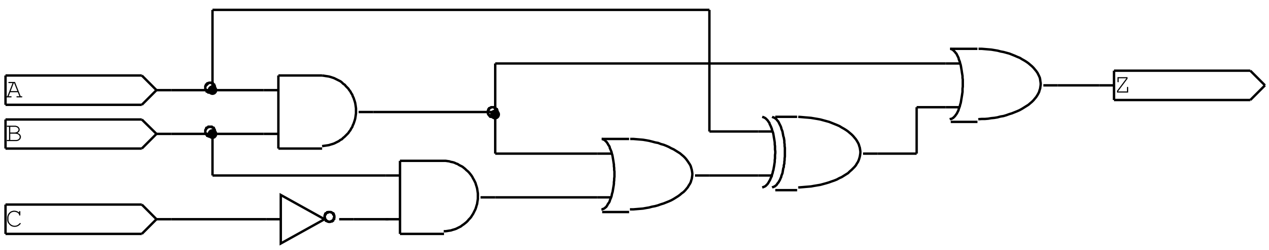
Trasformare l'espressione semplificata in modo da ottenere un'espressione POS normale.

Esercizio 2 (rappresentazione)

1) Rappresentare i numeri decimali A=72,1537 x 10^8 e B= 678,541 x 10^7 in virgola mobile, ove la tripla ha 8 cifre per la mantissa e 3 per l'esponente. Eseguire la differenza e dare il risultato sotto forma di tripla.
2) Dato X = -39
   - determinare il numero di bit necessari per rappresentarlo in complemento a 2 e l'intervallo di rappresentazione relativo a tale numero di bit
   - scrivere X nella rappresentazione in complemento a 2
   - sommare ad X il valore Y=14

Esercizio 3 (analisi)

Si analizzi il circuito seguente e se ne calcoli la funzione Z nella forma **SOP canonica**



Esercizio 4 (sintesi)

Sia dato un valore **X** intero rappresentato da 4 bit.
Si deve calcolare il valore **Y=(3X mod 7) - 5** rappresentandolo con 3 bit in complemento a 2
Si considerino don't care i valori Y non rappresentabili.
Si progetti il circuito minimo usando **porte logiche**.

Esonero di Progettazione di sistemi digitali - 17 novembre 2011

Compito D

Esercizio 1 (algebra di Boole)

Semplificare la seguente espressione booleana: $\overline{x}\, z + \overline{x \, xor \, y} + z$

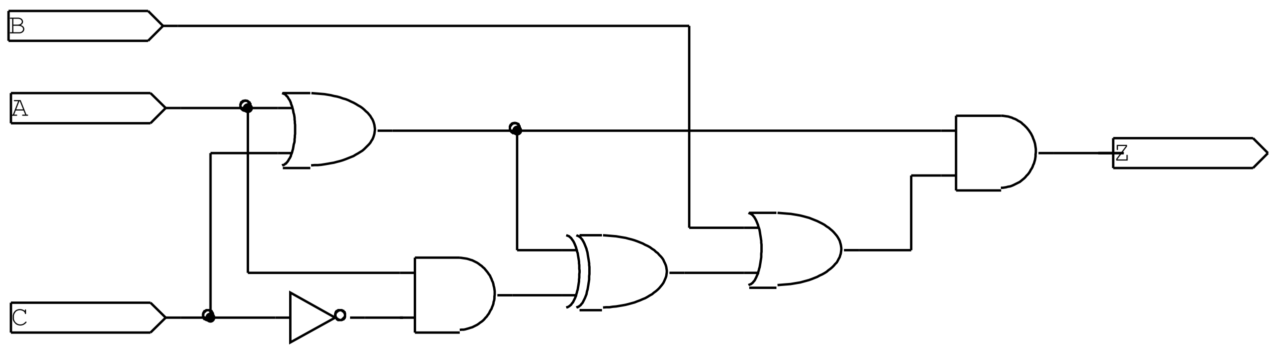
Trasformare l'espressione semplificata in modo da ottenere un'espressione POS normale.

Esercizio 2 (rappresentazione)

1) Rappresentare i numeri decimali A=4238,74 x 10^5 e B= 39,7483 x 10^7 in virgola mobile, ove la tripla ha 8 cifre per la mantissa e 3 per l'esponente. Eseguire la differenza e dare il risultato sotto forma di tripla.
2) Dato X = -82
   - determinare il numero di bit necessari per rappresentarlo in complemento a 2 e l'intervallo di rappresentazione relativo a tale numero di bit
   - scrivere X nella rappresentazione in complemento a 2
   - sommare ad X il valore Y=28

Esercizio 3 (analisi)

Si analizzi il circuito seguente e se ne calcoli la funzione Z in forma **SOP minimizzata**



Esercizio 4 (sintesi)

Siano dati due valori **A** e **B,** interi rappresentati ciascuno da 2 bit.
Si deve calcolare il valore **Y = A*A – B – 2** rappresentandolo con 3 bit in complemento a 2
Si considerino don't care i valori Y non rappresentabili.
Si progetti il circuito usando **MUX 8-a-1**.

Soluzioni

Esercizio 1 A

Si porta l'espressione in forma SOP normale, poi si applica una doppia complementazione, de Morgan, si riporta in SOP normale sotto la negazione rimasta, e infine di nuovo de Morgan per portare in forma POS (normale)

$$\overline{a}bc+\overline{(a+\overline{c})(\overline{a}+c)}+b = \overline{a}bc+\overline{(a+\overline{c})}+\overline{(\overline{a}+c)}+b = \overline{a}bc+\overline{a}\overline{\overline{c}}+\overline{\overline{a}}\overline{c}+b =$$
$$= \overline{a}bc+\overline{a}c+a\overline{c}+b = \overline{\overline{\overline{a}bc+\overline{a}c+a\overline{c}+b}} = \overline{(\overline{\overline{a}bc})(\overline{\overline{a}c})(\overline{a\overline{c}})\overline{b}} = \overline{(\overline{\overline{a}}+\overline{b}+\overline{c})(\overline{\overline{a}}+\overline{c})(\overline{a}+\overline{\overline{c}})\overline{b}} =$$
$$= \overline{(a+\overline{b}+\overline{c})(a+\overline{c})(\overline{a}+c)\overline{b}} = \overline{(aa+a\overline{c}+\overline{b}a+\overline{b}\overline{c}+\overline{c}a+\overline{c}\overline{c})(\overline{a}\overline{b}+c\overline{b})} = \overline{(a+a\overline{c}+b\overline{b}+\overline{b}\overline{c}+\overline{c})(\overline{a}\overline{b}+\overline{b}c)}$$
$$= \overline{(a\overline{a}\overline{b}+a\overline{c}\overline{a}\overline{b}+b\overline{b}\overline{a}\overline{b}+\overline{b}\overline{c}\overline{a}\overline{b}+\overline{c}\overline{a}\overline{b})+(a\overline{b}c+a\overline{c}\overline{b}c+b\overline{b}\overline{b}c+\overline{b}\overline{c}\overline{b}c+\overline{c}\overline{b}c)} =$$
$$= \overline{\overline{a}\overline{b}\overline{c}+a\overline{b}c} = (\overline{\overline{a}\overline{b}\overline{c}})(\overline{a\overline{b}c}) = (\overline{\overline{a}}+\overline{\overline{b}}+\overline{\overline{c}})(\overline{a}+\overline{\overline{b}}+\overline{c}) = (a+b+c)(\overline{a}+b+\overline{c})$$

Esercizio 1 B

Si porta l'espressione in forma SOP normale, poi si applica una doppia complementazione, de Morgan, si riporta in SOP normale sotto la negazione rimasta, e infine di nuovo de Morgan per portare in forma POS (normale)

$$\overline{(\overline{b}+\overline{c})\cdot\overline{a}}+\overline{b+c}+a\overline{b}\overline{c} = \overline{(\overline{b}+\overline{c})}+\overline{\overline{a}}+\overline{b}\overline{c}+a\overline{b}\overline{c} = (\overline{\overline{b}}\overline{\overline{c}})+a+\overline{b}\overline{c}+a\overline{b}\overline{c} = bc+a+\overline{b}\overline{c}+a\overline{b}\overline{c} =$$
$$= \overline{\overline{bc+a+\overline{b}\overline{c}+a\overline{b}\overline{c}}} = \overline{(\overline{bc})\overline{a}(\overline{\overline{b}\overline{c}})(\overline{a\overline{b}\overline{c}})} = \overline{(\overline{b}+\overline{c})\overline{a}(\overline{\overline{b}}+\overline{\overline{c}})(\overline{a}+\overline{\overline{b}}+\overline{\overline{c}})} = \overline{(\overline{b}+\overline{c})\overline{a}(b+c)(\overline{a}+b+c)} =$$
$$= \overline{(\overline{a}\overline{b}+\overline{a}\overline{c})(b+c)(\overline{a}+b+c)} = \overline{(\overline{a}\overline{b}b+\overline{a}\overline{c}b+\overline{a}\overline{b}c+\overline{a}\overline{c}c)(\overline{a}+b+c)} = \overline{(\overline{a}b\overline{c}+\overline{a}\overline{b}c)(\overline{a}+b+c)} =$$
$$= \overline{\overline{a}\overline{a}b\overline{c}+\overline{a}\overline{a}\overline{b}c+\overline{a}bb\overline{c}+\overline{a}b\overline{b}c+\overline{a}b\overline{c}c+\overline{a}\overline{b}cc} = \overline{\overline{a}b\overline{c}+\overline{a}\overline{b}c} = (\overline{\overline{a}b\overline{c}})(\overline{\overline{a}\overline{b}c}) = (\overline{\overline{a}}+\overline{b}+\overline{\overline{c}})(\overline{\overline{a}}+\overline{\overline{b}}+\overline{c}) =$$
$$= (a+\overline{b}+c)(a+b+\overline{c})$$

Esercizio 1 C

Si porta l'espressione in forma SOP normale, poi si applica una doppia complementazione, de Morgan, si riporta in SOP normale sotto la negazione rimasta, e infine di nuovo de Morgan per portare in forma POS (normale)

$$\overline{x\cdot(y+\overline{z})}+\overline{\overline{y}+z}+\overline{x}y\overline{z} = \overline{x}+\overline{(y+\overline{z})}+\overline{\overline{y}}\overline{z}+\overline{x}y\overline{z} = \overline{x}+\overline{y}\overline{\overline{z}}+\overline{\overline{y}}\overline{z}+\overline{x}y\overline{z} = \overline{x}+\overline{y}z+y\overline{z}+\overline{x}y\overline{z} =$$
$$= \overline{\overline{\overline{x}+\overline{y}z+y\overline{z}+\overline{x}y\overline{z}}} = \overline{\overline{\overline{x}}(\overline{\overline{y}z})(\overline{y\overline{z}})(\overline{\overline{x}y\overline{z}})} = \overline{x(\overline{\overline{y}}+\overline{z})(\overline{y}+\overline{\overline{z}})(\overline{\overline{x}}+\overline{y}+\overline{\overline{z}})} =$$
$$= \overline{x(y+\overline{z})(\overline{y}+z)(x+\overline{y}+z)} = \overline{(xy+x\overline{z})(\overline{y}+z)(x+\overline{y}+z)} = \overline{(xy\overline{y}+x\overline{y}\overline{z}+xyz+x\overline{z}z)(x+\overline{y}+z)} =$$
$$= \overline{(x\overline{y}\overline{z}+xyz)(x+\overline{y}+z)} = \overline{(xx\overline{y}\overline{z}+xxyz+x\overline{y}\overline{y}\overline{z}+xy\overline{y}z+x\overline{y}\overline{z}z+xyzz)} =$$
$$\overline{x\overline{y}\overline{z}+xyz} = (\overline{x\overline{y}\overline{z}})(\overline{xyz}) = (\overline{x}+\overline{\overline{y}}+\overline{\overline{z}})(\overline{x}+\overline{y}+\overline{z}) = (\overline{x}+y+z)(\overline{x}+\overline{y}+\overline{z})$$

Esercizio 1 D

Si porta l'espressione in forma SOP normale, poi si applica una doppia complementazione, de Morgan, si riporta in SOP normale sotto la negazione rimasta, e infine di nuovo de Morgan per portare in forma POS (normale)

$$\overline{x}z+\overline{x\,xor\,y}+z = \overline{x}z+\overline{(x\overline{y}+\overline{x}y)}+z = \overline{x}z+(\overline{x\overline{y}})(\overline{\overline{x}y})+z = \overline{x}z+(\overline{x}+\overline{\overline{y}})(\overline{\overline{x}}+\overline{y})+z =$$
$$= \overline{x}z+(\overline{x}+y)(x+\overline{y})+z = \overline{x}z+(\overline{x}x+xy+\overline{x}\overline{y}+\overline{y}y)+z = \overline{x}z+xy+\overline{x}\overline{y}+z =$$
$$= \overline{\overline{\overline{x}z+xy+\overline{x}\overline{y}+z}} = \overline{(\overline{\overline{x}z})(\overline{xy})(\overline{\overline{x}\overline{y}})\overline{z}} = \overline{(\overline{\overline{x}}+\overline{z})(\overline{x}+\overline{y})(\overline{\overline{x}}+\overline{\overline{y}})\overline{z}} = \overline{(x+\overline{z})(\overline{x}+\overline{y})(x+y)\overline{z}} =$$
$$= \overline{(\overline{x}x+\overline{x}\overline{z}+x\overline{y}+\overline{y}\overline{z})(x\overline{z}+y\overline{z})} = \overline{(\overline{x}\overline{z}+x\overline{y}+\overline{y}\overline{z})(x\overline{z}+y\overline{z})} =$$
$$= \overline{\overline{x}\overline{z}x\overline{z}+x\overline{y}x\overline{z}+\overline{y}\overline{z}x\overline{z}+\overline{x}\overline{z}y\overline{z}+x\overline{y}y\overline{z}+\overline{y}\overline{z}y\overline{z}} = \overline{x\overline{y}\overline{z}+\overline{x}\overline{z}y} = (\overline{x\overline{y}\overline{z}})(\overline{\overline{x}y\overline{z}}) =$$
$$= (\overline{x}+\overline{\overline{y}}+\overline{\overline{z}})(\overline{\overline{x}}+\overline{y}+\overline{\overline{z}}) = (\overline{x}+y+z)(x+\overline{y}+z)$$

Esercizio 2 A

1)

X=83,2648 x 10^5 = 0,832648 x 10^7 => < 0 ; 83264800 ; +7 >

Y= 789,652 x 10^4 = 0,789652 x 10^7 => < 0 ; 78965200 ; +7 >

Somma: gli esponenti sono uguali quindi è possibile sommare direttamente in colonna le mantisse (altrimenti si sarebbero dovuti rendere uguali prima di incolonnare gli addendi)

0,83264800 +
0,78965200 =
1,62230000 => < 0 ; 16223000 ; +8 >

la somma non è normalizzata, quindi bisogna spostare di un posto la virgola ed aumentare di 1 l'esponente

2)

A = -35, B = 12

$+35_{10} = 100011_2$ = 0100011 in complemento a 2

L'opposto si ottiene invertendo i bit e sommando 1 1011100 + 1 = 1011101

Quindi servono 7 bit per i quali il range di rappresentazione è l'intervallo [-64, 63]

Il valore 12 è rappresentato come 01100 in complemento a 2

La somma viene svolta dopo aver esteso il segno di B per avere lo stesso numero di bit in entrambi gli addendi:

1011101 +
0001100 =
1101001 = - 64 + 32 + 8 + 1 = - 23

Esercizio 2 B

Lo svolgimento è equivalente a quello dell'esercizio 2 A

Esercizio 2 C

Lo svolgimento è equivalente a quello dell'esercizio 2 A

Esercizio 2 D

Lo svolgimento è equivalente a quello dell'esercizio 2 A

Esercizio 3 A

L'analisi può essere svolta usando le tabelle di verità:

A	B	C	D = $\overline{A+B}$	E = $\overline{B+C}$	F = D+E	G = F+C	H = G⊕A	I = H$\overline{A}$
0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	0	0
1	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	1	0	0

La forma **POS canonica** si ottiene moltiplicando i maxtermini che corrispondono agli 0 della colonna I:

$$M2*M4*M5*M6*M7 = (A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$

Esercizio 3 B

L'analisi può essere svolta usando le tabelle di verità:

A	B	C	D = A+B	E = B+C	F = D⊕E	G = F+C	H = G⊕$\overline{A}$	I = HE
0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1	1	0
1	0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	1	1	1

La forma **POS minimizzata** si ottiene dalla mappa di Karnaugh di I:

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	0	1	1	0

Da cui, costruendo i cubi sugli zero (ho messo solo i cubi sufficienti a una delle possibili minimizzazioni), si ricava

$$I = (B + C)(A + \overline{C})(\overline{A} + C)$$

Esercizio 3 C

L'analisi può essere svolta usando le tabelle di verità:

A	**B**	**C**	**D =** $\mathbf{A\,B}$	**E =** $\mathbf{B\,\overline{C}}$	**F =** $\mathbf{D + E}$	**G =** $\mathbf{F \oplus A}$	**H =** $\mathbf{G + D}$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	1	0	1

La forma **SOP canonica** si ottiene sommando i mintermini che corrispondono agli 1 della colonna H:

$$H = m2 + m4 + m5 + m6 + m7 = \overline{A}\,B\,\overline{C} + A\,\overline{B}\,\overline{C} + A\,\overline{B}\,C + A\,B\,\overline{C} + A\,B\,C$$

Esercizio 3 D

L'analisi può essere svolta usando le tabelle di verità:

A	**B**	**C**	**D =** $\mathbf{A + C}$	**E =** $\mathbf{A\,\overline{C}}$	**F =** $\mathbf{D \oplus E}$	**G =** $\mathbf{F + B}$	**H =** $\mathbf{G\,D}$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	0	0	0
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1	1	1

La forma **SOP minima** si ottiene dalla mappa di Karnaugh di H:

BC A	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	1	1	1

Da cui si ottiene la formula

$$H = C + A\,B$$

Esercizio 4 A

Si deve calcolare **Y=(X+1)/2** con X di 4 bit e Y di 3 bit, entrambi in complemento a 2. La tabella di verità è quindi:

X	x3	x2	x1	x0	Y	y2	y1	y0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	1
2	0	0	1	0	1	0	0	1
3	0	0	1	1	2	0	1	0
4	0	1	0	0	2	0	1	0
5	0	1	0	1	3	0	1	1
6	0	1	1	0	3	0	1	1
7	0	1	1	1	4	-	-	-
-8	1	0	0	0	-3	1	0	1
-7	1	0	0	1	-3	1	0	1
-6	1	0	1	0	-2	1	1	0
-5	1	0	1	1	-2	1	1	0
-4	1	1	0	0	-1	1	1	1
-3	1	1	0	1	-1	1	1	1
-2	1	1	1	0	0	0	0	0
-1	1	1	1	1	0	0	0	0

Per costruire la PLA minimizziamo le tre uscite y2, y1, y0 con le mappe di Karnaugh

y2 x1x0 x3x2	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	-	0
11	1	1	0	0
10	1	1	1	1

y1 x1x0 x3x2	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	1	-	1
11	1	1	0	0
10	0	0	1	1

y0 x1x0 x3x2	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	1	-	1
11	1	1	0	0
10	1	1	0	0

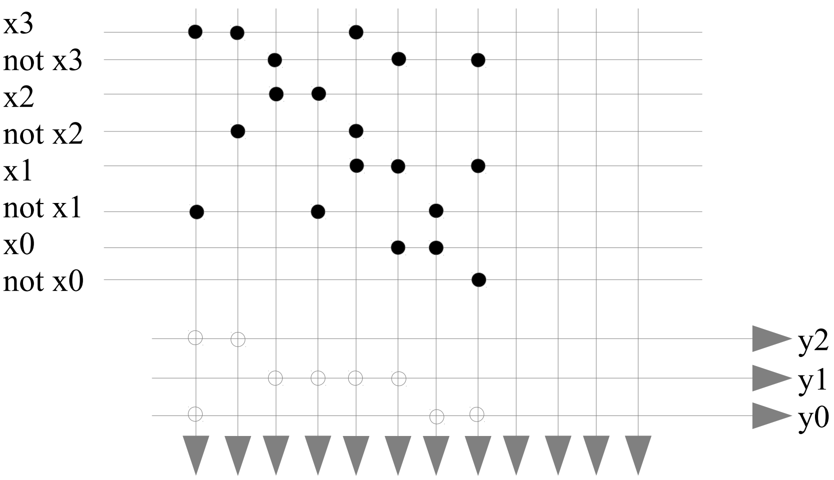
Quindi le funzioni minimizzate sono

$y2 = x3\,\overline{x1} + x3\,\overline{x2}$

$y1 = \overline{x3}\,x2 + x2\,\overline{x1} + x3\,\overline{x2}\,x1 + \overline{x3}\,x1\,x0$

$y0 = x3\,\overline{x1} + \overline{x1}\,x0 + \overline{x3}\,x1\,\overline{x0}$

Da cui si ricava la PLA



Esercizio 4 B

Si deve calcolare **Y=A*B - 3** con **A,B** di 2 bit e Y di 3 bit in complemento a 2. La tabella di verità è quindi:

A B	a1	a0	b1	b0	Y	y2	y1	y0
0 0	0	0	0	0	-3	1	0	1
0 1	0	0	0	1	-3	1	0	1
0 2	0	0	1	0	-3	1	0	1
0 3	0	0	1	1	-3	1	0	1
1 0	0	1	0	0	-3	1	0	1
1 1	0	1	0	1	-2	1	1	0
1 2	0	1	1	0	-1	1	1	1
1 3	0	1	1	1	0	0	0	0
2 0	1	0	0	0	-3	1	0	1
2 1	1	0	0	1	-1	1	1	1
2 2	1	0	1	0	1	0	0	1
2 3	1	0	1	1	3	0	1	1
3 0	1	1	0	0	-3	1	0	1
3 1	1	1	0	1	0	0	0	0
3 2	1	1	1	0	3	0	1	1
3 3	1	1	1	1	6	-	-	-

Per costruire i MUX costruiamo le 3 tabelle y2, y1, y0

y2 x2 x1 x0 x3	0 000	1 001	2 010	3 011	4 100	5 101	6 110	7 111
0	1	1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	0	0	1	0	0	-
MUX ->	1	1	$\overline{x3}$	$\overline{x3}$	1	$\overline{x3}$	$\overline{x3}$	0 o x3

y1 x2 x1 x0 x3	0 000	1 001	2 010	3 011	4 100	5 101	6 110	7 111
0	0	0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0	1	-
MUX ->	0	x3	0	x3	0	$\overline{x3}$	1	0 o x3

y0 x2 x1 x0 x3	0 000	1 001	2 010	3 011	4 100	5 101	6 110	7 111
0	1	1	1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	1	1	0	1	-
MUX ->	1	1	$\overline{1}$	$\overline{1}$	1	$\overline{0}$	$\overline{1}$	0 o x3

Esercizio 4 C

Si deve calcolare **Y=(3X mod 7) - 5** con X intero positivo di 4 bit e Y di 3 bit, in complemento a 2. La tabella di verità è quindi:

X	**x3**	**x2**	**x1**	**x0**	**Y**	**y2**	**y1**	**y0**
0	0	0	0	0	-5	-	-	-
1	0	0	0	1	-2	1	1	0
2	0	0	1	0	1	0	0	1
3	0	0	1	1	-3	1	0	1
4	0	1	0	0	0	0	0	0
5	0	1	0	1	-4	1	0	0
6	0	1	1	0	-1	1	1	1
7	0	1	1	1	-5	-	-	-
8	1	0	0	0	-2	1	1	0
9	1	0	0	1	1	0	0	1
10	1	0	1	0	-3	1	0	1
11	1	0	1	1	0	0	0	0
12	1	1	0	0	-4	1	0	0
13	1	1	0	1	-1	1	1	1
14	1	1	1	0	-5	-	-	-
15	1	1	1	1	-2	1	1	0

Per costruire la PLA minimizziamo le tre uscite y2, y1, y0 con le mappe di Karnaugh

y2 x1x0 x3x2	00	01	11	10
00	-	1	1	0
01	0	1	-	1
11	1	1	1	-
10	1	0	0	1

y1 x1x0 x3x2	00	01	11	10
00	-	1	0	0
01	0	0	-	1
11	0	1	1	-
10	1	0	0	0

y0 x1x0 x3x2	00	01	11	10
00	-	0	1	1
01	0	0	-	1
11	0	1	1	-
10	0	1	0	1

Quindi le funzioni minimizzate (nelle mappe indico solo una scelta di cubi fra quelle possibili, non tutti) sono

$y2 = x3\ x2 + x3\ \overline{x0} + x2\ x1 + x0\ \overline{x3}$

$y1 = \overline{x3}\ \overline{x2}\ \overline{x1} + x3\ x2\ x0 + x2\ x1\ \overline{x0} + x3\ \overline{x2}\ \overline{x1}\ \overline{x0}$

$y0 = x3\ \overline{x1}\ x0 + x2\ x1 + \overline{x3}\ x1 + x1\ \overline{x0}$

Esercizio 4 B

Si deve calcolare **Y= A*A – B – 2** con **A,B** di 2 bit e Y di 3 bit in complemento a 2.
La tabella di verità è quindi:

A B	**a1**	**a0**	**b1**	**b0**	**Y**	**y2**	**y1**	**y0**
0 0	0	0	0	0	-2	1	1	0
0 1	0	0	0	1	-3	1	0	1
0 2	0	0	1	0	-4	1	0	0
0 3	0	0	1	1	-5	-	-	-
1 0	0	1	0	0	-1	1	1	1
1 1	0	1	0	1	-2	1	1	0
1 2	0	1	1	0	-3	1	0	1
1 3	0	1	1	1	-4	1	0	0
2 0	1	0	0	0	2	0	1	0
2 1	1	0	0	1	1	0	0	1
2 2	1	0	1	0	0	0	0	0
2 3	1	0	1	1	-1	1	1	1
3 0	1	1	0	0	7	-	-	-
3 1	1	1	0	1	6	-	-	-
3 2	1	1	1	0	5	-	-	-
3 3	1	1	1	1	4	-	-	-

Per costruire i MUX costruiamo le 3 tabelle y2, y1, y0

y2 x2 x1 x0 x3	0 000	1 001	2 010	3 011	4 100	5 101	6 110	7 111
0	1	1	1	-	1	1	1	1
1	0	0	0	1	-	-	-	-
MUX ->	$\overline{x3}$	$\overline{x3}$	$\overline{x3}$	1 o x3	1 o $\overline{x3}$	1 o $\overline{x3}$	1 o $\overline{x3}$	1 o $\overline{x3}$

y1 x2 x1 x0 x3	0 000	1 001	2 010	3 011	4 100	5 101	6 110	7 111
0	1	0	0	-	1	1	0	0
1	1	0	0	1	-	-	-	-
MUX ->	1	0	0	1 o x3	1 o $\overline{x3}$	1 o $\overline{x3}$	0 o x3	0 o x3

y0 x2 x1 x0 x3	0 000	1 001	2 010	3 011	4 100	5 101	6 110	7 111
0	0	1	0	-	1	0	1	0
1	0	1	0	1	-	-	-	-
MUX ->	0	1	0	1 o x3	1 o $\overline{x3}$	0 o x3	1 o $\overline{x3}$	0 o x3