**CORSO DI ALGORITMICA**

ESONERO DEL 12/11/2013

**1)** Sia T uno splay-tree e siano si-1 , si , ri-1 , ri la size ed il rank di un nodo x subito prima e subito dopo la i-esima operazione di splay su x. Dimostrare che la complessità ammortizzata dell’i-esimo passo di splay è al più (3ri - 3ri-1) nel caso in cui si abbia y figlio sinistro di z e x figlio sinistro di y e le due rotazioni del singolo passo di splay portino x al posto di z e facciano diventare y figlio destro di x e z figlio destro di y.

**2)** Si chiama 2-3 tree, T2,3 , un B-tree di ordine 3. A partire dagli alberi vuoti, costruire un T2,3 e un qualunque altro albero di ricerca di altezza logaritmica, T, inserendo, uno alla volta, le lettere della parola CALCULEMUS, nell’ordine.

a) Dettagliare le due costruzioni.

b) Dire se è vero che la ricerca di una chiave nell’albero T2,3  richiede sempre un numero di confronti minore o uguale a quello necessario per cercare la stessa chiave in T. Dimostrare le proprie affermazioni.

**3)** Si rappresentino degli insiemi disgiunti tramite un albero rappresentato con un unico vettore contenente i padri dei nodi dell’albero Si abbiano le seguenti procedure:

**Makeset(i)**

**Parent(i) = i**

**Findset(i)**

**while (i≠ parent(i)) i= parent(i)**

**return i**

**Mergetree(i,j)**

**Parent(i) = j**

**Union(i,j)**

**Mergetrees(findset (i),findset(j))**

Che albero si otterrebbe se la procedura Union fosse richiamata con i e j appartenenti allo stesso albero? Spiegare la propria risposta.