

# Programma del corso di **Algoritmi** *Prof.ssa Rossella Petreschi*

*Il corso si propone di introdurre metodologie di progettazione e di analisi di algoritmi utili alla risoluzione di problemi che nascono in vari campi dell'informatica, nonché presentare algoritmi e strutture dati avanzati che trovano effettivo uso nella risoluzione efficiente di problemi applicativi di rilievo.*

## **Programma AA.2013/2014**

### **Richiami di concetti generali (2,10)**

Introduzione al concetto di algoritmo e breve storia dello stesso. I concetti di finitezza, effettività e definitezza. Validazione e correttezza. Bontà di un algoritmo. L'importanza di sfruttare tutte le proprietà di un problema. Classi di complessità computazionale: algoritmi polinomiali ed esponenziali. Le costanti moltiplicative. La scelta della struttura dati opportuna. Confronto fra diversi algoritmi.

### **Metodologie di progettazione e di analisi**

**Le tecniche del Backtracking e del Branch and Bound (1,2,7,10):** Generazione dell'albero delle t-ple. Visita dell'albero delle t-ple con la tecnica del backtracking e del branch and bound. Il concetto di soluzione ammissibile e soluzione ottima. Vincoli espliciti ed impliciti. Come ridurre l'analisi sull'albero degli stati. Criteri di terminazione. Esempi di problemi da affrontare con la tecnica del backtracking: le 8 regine; il ciclo hamiltoniano; i sottoinsiemi a somma fissa. Esempi di problemi da affrontare con la tecnica del branch and bound: l'assegnamento; la bisaccia; il commesso viaggiatore.

**Algoritmi di approssimazione (7,10):** Problemi NP- hard. Rapporto fra la soluzione approssimata e la soluzione esatta. Accuratezza della approssimazione e rapporto di accuratezza. Il problema della bisaccia a variabili intere e a variabili reali. Algoritmi di approssimazione per il problema del commesso viaggiatore: *il vicino più vicino*; *2giri intorno all'albero*. Il problema del commesso viaggiatore a distanze euclidee. Sulla complessità del problema del commesso viaggiatore.

**Analisi ammortizzata (3):** Il metodo degli aggregati, il metodo degli accantonamenti, il metodo del potenziale. Applicazione dei tre diversi metodi al computo ammortizzato di una sequenza di incrementi su un contatore e di una sequenza di operazioni elementari su pile. Gestione di tabelle dinamiche: computo ammortizzato di una sequenza di operazioni di inserzione e cancellazione. Quando e come dimezzare e duplicare una tabella. La funzione potenziale relativa alle operazioni di contrazione ed espansione.

## Strutture di dati evolute

**Rappresentazione di alberi (4):** Computo del numero degli alberi binari. Numeri di Catalano. Corrispondenza fra alberi binari, alberi ordinali e sequenze di parentesi. Rappresentazioni succinte ed implicite. Rappresentazione succinta di alberi binari: in ampiezza e tramite sequenze di parentesi bilanciate. Le funzioni Rank, Select e Match.

**Alberi binari di ricerca (3,4,5,7):** Analisi delle operazioni di inserimento e di cancellazione. Analisi nel caso medio della costruzione di un albero binario di ricerca. Alberi binari di ricerca di altezza logaritmica: alberi AVL e alberi Rossi/Neri. Ri-bilanciamenti tramite rotazioni. Alberi auto-aggiustanti. L'operazione di splay. Analisi ammortizzata su alberi splay. Utilità degli alberi di ricerca bilanciati nell'implementazione di memorie cache.

**Estensione di strutture dati (3,7):** Alberi di intervalli. Alberi bilanciati per alberi di intervalli. Prova di correttezza della struttura presentata. B-alberi: definizione e calcolo dell'altezza. Inserimento e cancellazione su B-alberi. Divisione e contrazione di nodi. Aumento e decremento dell'altezza.

**Gestione di insiemi disgiunti (3,5):** Operazioni di union e find. Alberi quick-union e quick-find per rendere costante o l'operazione di union o l'operazione di find. Bilanciamento come regola per limitare l'altezza degli alberi quick-union e quick-find. Euristiche di compressione per ottimizzare il comportamento degli alberi quick-union e quick-find bilanciati: il partizionamento dei nodi e la funzione  $\log^*$ . Computo ammortizzato di una sequenza di operazioni union/find.

## Algoritmi avanzati

**Il problema del flusso nelle reti (3,5,10):** Definizione di rete di flusso. Flusso e quantità di flusso in una rete. Reti con sorgenti e pozzi multipli. Reti residue. Correttezza del metodo delle reti residue. Tagli in reti di flusso. Metodo dei cammini aumentanti. Massimo flusso/minimo taglio. L'algoritmo di Ford e Fulkerson. L'algoritmo di Edmonds e Karp. Lemma delle distanze. Prova della complessità computazionale dell'algoritmo di Edmonds e Karp.

**Il problema dell'abbinamento (1,10):** Proprietà dell'abbinamento su grafi qualunque e su grafi bipartiti. Cammini alternanti e aumentanti. Teorema del matrimonio. Teorema di Konig e Egervary. Generazione dell'albero ungherese e abbinamento massimo in grafi bipartiti. Abbinamento Massimo in grafi bipartiti e reti di flusso. L'algoritmo di Edmonds e la contrazione dei germogli. Abbinamento massimo nei grafi qualunque. Esempi di applicazione del problema dell'abbinamento alla vita reale.

**Corrispondenza fra stringhe (3):** Stringhe e spostamenti. Suffissi e prefissi. Algoritmo ingenuo di corrispondenza fra stringhe. Regola di Horner e classi di congruenza. Algoritmo di Rabin-Karp e sua dipendenza dalla dimensione del *pattern*. Corrispondenza tra stringhe e automi a stati finiti. Correttezza dell'algoritmo stringhe/automi.

**Grafi e planarità(6,9):** Grafi planari. Formula di Eulero. Teorema di Kuratowski. Embedding di un grafo nel piano. St-numerazione di grafi biconnessi. Algoritmo lineare di Even e Tarjan per generare una st-numerazione. Le funzioni LOW, PATH. Rappresentazione a cespuglio di grafi planari. PQ-trees. Generazione di un disegno piano per grafi planari.

## **Bibliografia**

- 1) M.H. Alsuwaiyel *Algorithms: Design Techniques and Analysis*, World Scientific.
- 2) G Ausiello, R. Petreschi *L'informatica Invisibile*, Mondadori Sapienza.
- 3) T.H. Cormen, C.E. Leiserson, R.L. Rivest, C.Stein *Introduzione agli algoritmi*, Jackson Libri.
- 4) P. Crescenzi, G. Gambosi, R. Grossi *Strutture di dati e algoritmi*, Pearson, Addison Wesley.
- 5) C. Demetrescu, I. Finocchi, G. Italiano *Algoritmi e strutture dati*, McGraw-Hill.
- 6) G.Di Battista, P.Eades, R.Tamassia, I.G.Tollis, *Graph drawing*, Prentice Hall.
- 7) J.K Kingston *Algorithms and data structures*, Addison Wesley.
- 8) A. Levitin *The Design and Analysis of Algorithms*, Addison Wesley.
- 9) T.Nishizeki, N.Chiba *Planar graphs:theory and algorithms*, North-Holland.
- 10) B.Voecking et alt. *Algorithms Unplugged*, Springer-Verlag.