

Università degli studi di Roma La Sapienza

Dipartimento di Informatica

a.a. 2005-2006

# Approfondimento sull'etichettatura di carte geografiche con archi curvilinei

**Silvio Lattanzi**

1 febbraio 2006

Powered by L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub>

## Indice

<b>1</b>	<b>Presentazione del problema</b>	<b>1</b>
1.1	Introduzione . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Primo algoritmo</b>	<b>2</b>
2.1	Il problema di scegliere la posizione per le etichette dei punti . . . . .	2
2.2	Il problema di scegliere la posizione per le etichette delle curve . . . . .	3
2.3	Il problema di scegliere la posizione per le etichette dei punti e degli archi .	5
<b>3</b>	<b>Secondo algoritmo</b>	<b>8</b>
3.1	Approccio al problema . . . . .	8
3.2	Scelta delle posizioni . . . . .	8
3.3	Valutazione delle posizioni . . . . .	9
3.3.1	Problema della sovrapposizione . . . . .	10
3.3.2	Canoni di valutazioni per il posizionamento di etichette su punti . .	11
3.3.3	Canoni di valutazioni per il posizionamento di etichette su linee . .	12
3.3.4	Canoni di valutazioni per il posizionamento di etichette su aree . .	14
3.3.5	La funzione di valutazione totale di una posizione . . . . .	15
3.4	Scegliere le posizioni candidate . . . . .	15
3.4.1	Posizioni candidate per punti . . . . .	16
3.4.2	Posizioni candidate per linee . . . . .	16
3.4.3	Posizioni candidate per aree . . . . .	17
3.5	Esempi di funzionamento dell'algoritmo . . . . .	17

## Elenco delle figure

1	Locus del punto di riferimento in due casi distinti. . . . .	2
2	Etichettatura della metropolitana di Tokyo ottenuta con l'algoritmo. . . . .	3
3	Posizioni che può occupare il punto di riferimento sopra (a) o sotto (b) il segmento di riferimento. . . . .	4
4	Posizioni che può occupare il punto di riferimento sopra (a) o sotto (b) il segmento di riferimento. . . . .	5
5	Applicazione dell'algoritmo per i punti e le curve. Le etichette che si riferiscono alle curve sono quelle di dimensione maggiore. . . . .	6
6	Applicazione con la modifica del passo due dell'algoritmo per i punti e le curve. . . . .	7
7	sovrapposizioni con linee . . . . .	10
8	Posizione candidate per un punto . . . . .	11
9	Definizioni su etichettatura linee . . . . .	12
10	Area che poi dividiamo per larghezza dello swat per avere la distanza media	12
11	Etichette con buona distanza media . . . . .	13
12	Area che consideriamo per tenere conto di quanto è piana la linea . . . . .	13
13	Etichette poste là dove la curva è più piatta . . . . .	14
14	Generatore di posizioni per linee. . . . .	17
15	Mappa ottenuta con etichettatura random. . . . .	18
16	Mappa ottenuta dall'algoritmo dopo metà dei passi della fase della scelta delle posizioni. . . . .	18
17	Mappa ottenuta alla fine dell'algoritmo tramite l'algoritmo. . . . .	19

# 1 Presentazione del problema

## 1.1 Introduzione

Il problema dell'etichettatura di carte geografiche consiste nell'assegnare posizioni alle etichette associate a punti, curve o faccie. Per poter valutare la qualità di una etichettatura seguiamo le regole proposte da Imhof[1]:

1. Non ci devono essere sovrapposizioni di un'etichetta con altre etichette o con altri elementi grafici.
2. Ogni etichetta può essere facilmente associata ad un solo elemento grafico (l'assegnamento non deve essere ambiguo).
3. Ogni etichetta deve essere posta nella miglior posizione possibile fra tutte le posizioni accettabili.

Le prime due regole valutano quanto è chiara l'associazione fra etichette ed elementi grafici, la terza regola definisce un criterio per scegliere un'etichetta fra tutte quelle che rispettano le prime due condizioni.

Nel seguito presenteremo due algoritmi che consentono di avere due etichettature per carte geografiche dove sono presenti anche archi curvilinei.

## 2 Primo algoritmo

Il seguente algoritmo è preso da [2] cerca di posizionare il maggior numero di etichette possibile.

### 2.1 Il problema di scegliere la posizione per le etichette dei punti

L'algoritmo presentato fa riferimento al modello a posizione mobile.

Dato un insieme di punti  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_{N_0}\}$  nel piano sia  $l_k$  l'etichetta per  $v_k$ . Fissiamo per ogni etichetta un punto di riferimento al centro del rettangolo in cui l'etichetta è contenuta. A questo punto trasliamo il rettangolo seguendo le regole del modello a posizione mobile aggiungendo la regola che il rettangolo, durante la sua traslazione, non debba toccare altri punti della carta geografica.

Definiamo locus del punto di riferimento (in figura 1 in grassetto) come l'insieme di tutte le posizioni che il punto di riferimento può assumere. Siano ora  $d_k^1, d_k^2, d_k^3, d_k^4$  rispettivamente

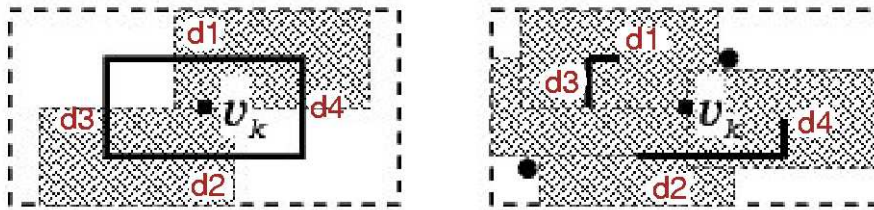


Figura 1: Locus del punto di riferimento in due casi distinti.

i segmenti in alto, in basso a sinistra e a destra del locus di  $v_k$ , e sia  $s_k = d_k^1 + d_k^2 + d_k^3 + d_k^4$ , quindi uguale alla lunghezza del locus. Sia inoltre  $S_k$  la dimensione che avrebbe avuto il perimetro del locus se  $v_k$  non avesse avuto punti vicini, cioè la lunghezza del perimetro dell'etichetta. Definiamo  $r_k = \frac{s_k}{S_k}$ ,  $r_k$  ci fornisce una misura di quanto è grande lo spazio etichettabile per un determinato punto.

L'algoritmo ora compie i seguenti passi:

1. Seleziona  $r_k$  di valore minimo fra tutti i nodi da etichettare.
2. Scegli il segmento più lungo fra  $d_k^1, d_k^2, d_k^3, d_k^4$ , e posiziona l'etichetta  $l_k$  al centro del segmento.
3. Nel caso in cui il posizionamento dell'etichetta intersechi lo spazio di etichettatura di un altro punto, ad esempio  $v_s$ . Ricalcolare il locus di  $l_s$  e  $r_s$ .
4. Continua il ciclo finchè ci sono nodi da etichettare con locus più grande di 0.

In figura 2 è mostrata una applicazione dell'algorithmo alla metropolitana di Tokyo.



Figura 2: Etichettatura della metropolitana di Tokyo ottenuta con l'algorithmo.

## 2.2 Il problema di scegliere la posizione per le etichette delle curve

Nelle mappe digitali una curva è rappresentata attraverso una serie di piccoli segmenti connessi fra loro, chiamiamo questo insieme di segmenti catena.

Per ciò che riguardava le etichette di un nodo avevamo preso in considerazione il rettangolo che racchiudeva l'etichetta, nel caso invece di etichettatura di curve consideriamo i quadrati che racchiudono ogni singola lettera dell'etichetta e l'etichetta la vediamo come insieme di questi quadrati. Definiamo spazio di etichettatura come lo spazio in cui il quadrato si può muovere lungo la catena senza sovrapporsi ad altri punti.

In questo caso definiamo punto di riferimento del quadrato il punto in alto a sinistra del quadrato. In figura3(a),(b) la linea tratteggiata rappresenta l'insieme di tutte le possibili posizioni che il punto di riferimento può occupare sopra o sotto i segmenti muovendo il quadrato lungo il segmento. A questo punto assegnamo una direzione alla catena per es-

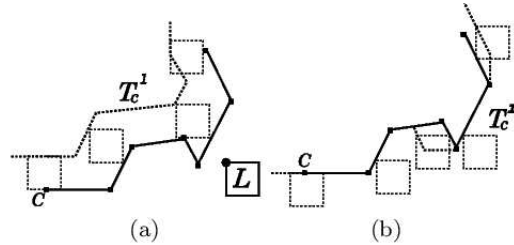


Figura 3: Posizioni che può occupare il punto di riferimento sopra (a) o sotto (b) il segmento di riferimento.

empio alla catena in figura 3 assegnamo direzione da in basso a sinistra a in alto a destra, e chiamiamo  $T_c^l(T_c^r)$  la spezzata di tutte le possibili posizioni del punto di riferimento a sinistra(destra) della catena.

Se due catene si sovrappongono e si intersecano anche i loro spazi di etichettatura (figura4), le intersezioni fra i due spazi di etichettatura vengono cancellati così da ottenere nuovi spazi di etichettatura senza intersezioni(figura4(b)). Può accadere che, pur se due catene non si incrociano, i loro spazi di etichettatura si intersechino anche in questo caso rimuoviamo le intersezioni.

Per ogni catena  $c_k$  sia  $M_k$  il numero dei segmenti che formano  $T_k^l$  e  $T_k^r$ . A questo punto poiché le etichette sono formate da più quadratini, definiamo per ogni segmento  $j$  il parametro  $d_k^j$  come la lunghezza del segmento meno la lunghezza dell'etichetta, consideran-

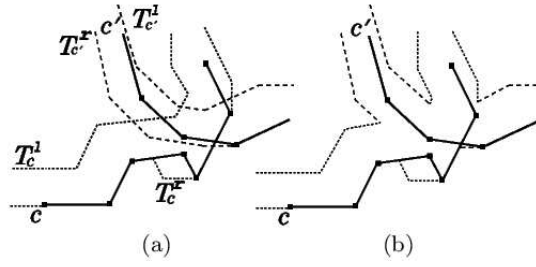


Figura 4: Posizioni che può occupare il punto di riferimento sopra (a) o sotto (b) il segmento di riferimento.

do che l'etichetta è composta da più lettere.

Per ogni catena  $c_k$  calcoliamo la somma dei segmenti dove possiamo porre l'intera etichetta  $s_k = \sum_{j=1}^{M_k} d_k^j$ , e definiamo  $S_k$  la somma dei segmenti dove avremo potuto porre l'etichetta  $l_k$  se non ci fossero state intersezioni, cioè la lunghezza della curva da etichettare. Fissiamo a questo punto il parametro  $r_k = \frac{s_k}{S_k}$ .

L'algoritmo ora compie i seguenti passi:

1. Seleziona  $r_k$  di valore minimo fra tutte le catene da etichettare.
2. Scegli il segmento più lungo fra i segmenti di  $T_k^l$  e  $T_k^r$ , e posiziona l'etichetta  $l_k$  al centro del segmento.
3. Nel caso in cui il posizionamento dell'etichetta intersechi lo spazio di etichettatura di un'altra catena, ad esempio  $c_s$ , ricalcola  $r_s$ .
4. Continua il ciclo finché ci sono catene  $c_i$  da etichettare  $r_i > 0$ .

### 2.3 Il problema di scegliere la posizione per le etichette dei punti e degli archi

Per ottenere un algoritmo che etichetti sia le curve che i punti uniamo i due algoritmi suddescritti nel seguente algoritmo.



1. Seleziona  $r_k$  di valore minimo fra tutte le catene e i punti da etichettare.
2. Se il parametro  $r_k$  selezionato si riferisce ad un punto, scegli il segmento più lungo fra  $d_k^1, d_k^2, d_k^3, d_k^4$ , e posiziona l'etichetta  $l_k$  al centro del segmento. Altrimenti scegli il segmento più lungo fra i segmenti di  $T_k^l$  e  $T_k^r$ , e posiziona l'etichetta  $l_k$  al centro del segmento.
3. Nel caso in cui il posizionamento dell'etichetta intersechi lo spazio di etichettatura di un'altra catena o di un punto, ad esempio  $c_s$  o  $v_s$ , ricalcola  $r_s$ .
4. Continua il ciclo finchè ci sono catene  $c_i$  o vertici  $v_i$  da etichettare  $r_i > 0$ .

Applicando il suddetto algoritmo alle linee metro di Tokyo, considerando ogni stazione come un punto ed ogni linea come una catena si ottiene il risultato in figura 5. Si nota

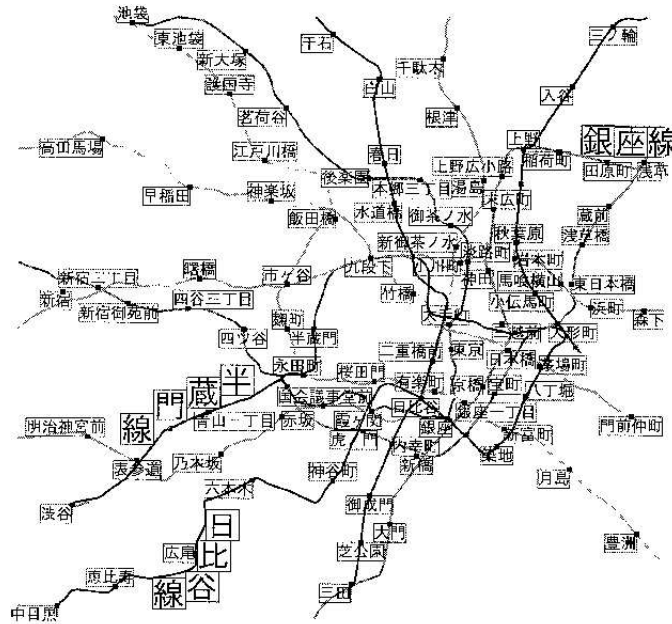


Figura 5: Applicazione dell'algoritmo per i punti e le curve. Le etichette che si riferiscono alle curve sono quelle di dimensione maggiore.

da questa figura che però l'applicazione del semplice algoritmo suddescritto presenta dei

problemi infatti molte etichette dei punti vanno a sovrapporsi alle catene. Per superare questo problema cambiamo leggermente il passo due dell'algoritmo nel seguente modo:

Se il parametro  $r_k$  selezionato si riferisce ad un punto e se lo spazio di etichettatura non interseca catene oppure non ci sono posizioni senza sovrapposizioni con catene, scegli il segmento più lungo fra  $d_k^1, d_k^2, d_k^3, d_k^4$ , e posiziona l'etichetta  $l_k$  al centro del segmento, altrimenti posiziona  $l_k$  al centro del segmento più lungo del locus senza sovrapposizioni con catene. Se il parametro  $r_k$  selezionato si riferisce ad una catena scegli il segmento più lungo fra i segmenti di  $T_k^l$  e  $T_k^r$ , e posiziona l'etichetta  $l_k$  al centro del segmento.

Con questa modifica otteniamo la nuova etichettatura presentata in figura 6

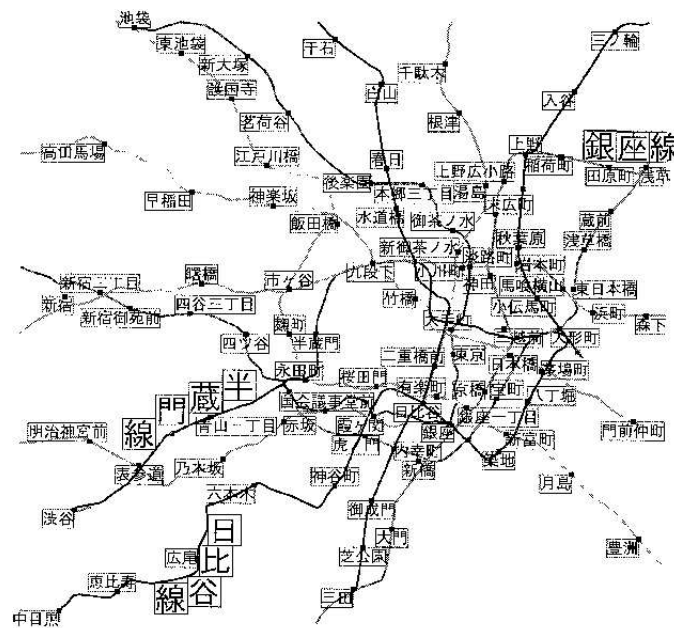


Figura 6: Applicazione con la modifica del passo due dell'algoritmo per i punti e le curve.

## 3 Secondo algoritmo

Il seguente algoritmo è preso da [3].

### 3.1 Approccio al problema

Al fine di trovare un algoritmo generale per l'etichettatura, dividiamo il problema in tre sottoproblemi:

1. *Scegliere le posizioni candidate.* Dato un punto, una linea o un'area, identificare le possibili posizioni per un'etichetta.
2. *Valutazione delle posizioni.* Data una posizione calcolare velocemente il punteggio associato ad una posizione.
3. *Scelta delle posizioni.* Scegliere le posizioni delle etichette tale che massimizzino la qualità dell'etichettatura.

Affronteremo questi tre punti in ordine inverso nel seguito.

### 3.2 Scelta delle posizioni

Dato un'insieme di posizioni candidate per ogni etichetta ed un costo associato ad ogni posizione dobbiamo selezionare le posizioni che consentono di ottenere il costo minimo. Per ottenere questo risultato sono disponibili molti algoritmi, noi usiamo il metodo del *simulated annealing* presentato in [4], che funziona nel seguente modo:

1. Per ogni punto viene selezionata un'etichetta randomicamente.
2. Si sceglie una *temperatura*  $T$  iniziale con valore abbastanza alto.
3. Si itera il seguente ciclo finchè la velocità con cui si ottengono dei cambiamenti non scende sotto una certa soglia:

- (a) Si diminuisce il valore di  $T$  secondo una tecnica prestabilita.
- (b) Si sceglie un'etichetta a caso e la si riposiziona in maniera casuale tra una delle sue posizioni possibili.
- (c) Si calcola  $\Delta C$ , la variazione del costo totale dell'etichettatura (ad ogni etichettatura possiamo associare un costo in quanto abbiamo già valutato tutte le posizioni).
- (d) Se la nuova etichettatura è peggiore della precedente si ritorna all'etichettatura precedente con probabilità  $P = 1.0 - e^{-\frac{\Delta C}{T}}$ .

Le uniche cose che rimangono da specificare sul funzionamento dell'algoritmo sono la scelta della temperatura iniziale (scelta in modo tale che  $P = \frac{2}{3}$  quando  $\Delta C = 1$ ), la tecnica con cui diminuire  $T$  (si usa decrementare la variabile in modo geometrico  $T(i) = \frac{T(i-1)}{\alpha}$ , con  $\alpha$  fissato), e la condizione di terminazione del ciclo (5n iterazioni senza cambiamenti).

### 3.3 Valutazione delle posizioni

Per rendere efficiente l'algoritmo suddescritto è di principale importanza scegliere un metodo semplice per valutare  $\Delta C$ , a questo fine dobbiamo scegliere il metodo veloce per valutare la bontà di un posizionamento di un'etichetta.

Per raggiungere tale scopo calcoliamo  $C$  come somma pesata di valori associati a semplici canoni di giudizio. Definiamo per ogni canone di giudizio un *caso ottimo* ed un *caso limite*, nel caso ottimo l'etichetta è posta nella posizione perfetta per il canone che stiamo considerando, nel caso limite la posizione dell'etichetta non è buona ma ancora accettabile.

Iniziamo considerando i canoni che riguardano il problema della sovrapposizione, esamineremo poi tutti gli altri metri di giudizio.

### 3.3.1 Problema della sovrapposizione

**Sovrapposizione con figure** Consideriamo principalmente tre problemi di sovrapposizione:

- sovrapposizione di etichette con punti
- sovrapposizione di etichette con linee
- sovrapposizione di etichette con linee che delimitano aree

Il caso ideale è quando non è presente alcuna sovrapposizione il caso limite è quando si ha una sola sovrapposizione (più sovrapposizioni non vengono accettate).

Per ciò che concerne la sovrapposizione con punti ci limitiamo a contare i punti che vengono sovrascritti con il posizionamento dell'etichetta. Per ciò che concerne la sovrapposizioni con linee ed aree dobbiamo essere più precisi infatti un'etichetta, che interseca una linea per un lungo tratto, è inaccettabile (figura 7(b)). Definiamo ora  $p_1$  e  $p_2$  le intersezioni tra la linea

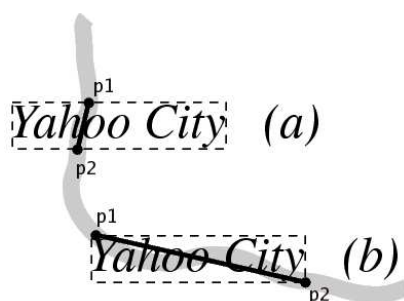


Figura 7: sovrapposizioni con linee

e il rettangolo che contiene l'etichetta, sia  $\vec{b}$  un vettore unario nella direzione dell'etichetta e sia  $|\vec{v}|$  un vettore di modulo  $\frac{p_1 - p_2}{|p_1 - p_2|}$  e diretto nella direzione della linea. Il valore usato per valutare il problema della sovrapposizione (con linee o aree) è  $1 + 9 |\vec{v} \bullet \vec{b}|$ , si usa il prodotto scalare poichè ha il valore massimo se  $\vec{v}$  e  $\vec{b}$  hanno la stessa direzione.

**Sovrapposizione fra etichette** Le sovrapposizioni tra due etichette sono da evitare. Per valutare questo parametro si contano semplicemente il numero di sovrapposizioni tra le etichette presenti.

### 3.3.2 Canoni di valutazioni per il posizionamento di etichette su punti

Un unico canone di giudizio è presente per valutare le possibili posizioni di un'etichetta per un punto. Questo parametro considera solamente tre caratteristiche richieste da Imhof in [1]:

- La posizione delle etichette è preferibile che sia a destra.
- La posizione delle etichette è preferibile che sia sopra rispetto a sotto.
- La posizione delle etichette è preferibile che si trovi sulla stessa linea dei punti che si etichettano.

Rispetto a questi canoni abbiamo valutato le 19 posizioni possibili per l'etichettatura di un punto, le valutazioni sono mostrate in figura 8.

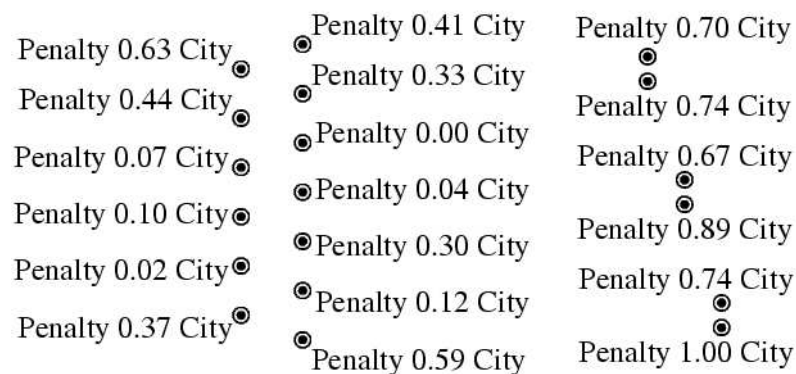


Figura 8: Posizione candidate per un punto

### 3.3.3 Canoni di valutazioni per il posizionamento di etichette su linee

Prima di descrivere i vari canoni di valutazione diamo delle definizioni che in seguito ci risulteranno utili. Definiamo *baseline* di un'etichetta la linea sopra la quale i caratteri

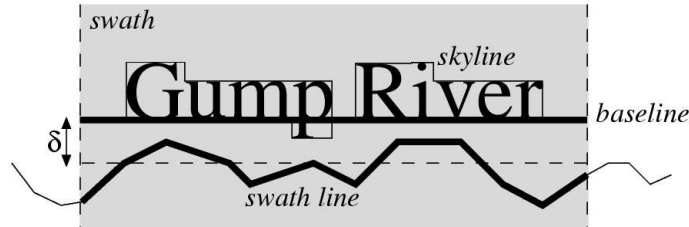


Figura 9: Definizioni su etichettatura linee

vengono scritti. Definiamo *skyline* l'unione dei rettangoli che contengono le singole lettere dell'etichetta. Definiamo *distanza ideale*  $\delta$  la distanza ideale fra la *baseline* e la linea dritta che è al centro della linea da etichettare. Lo *swath* è una area rettangolare perpendicolare al *baseline* e che contiene al centro l'etichetta ed è il 20% più larga dell'etichetta. Infine la *swath line* è la parte di linea che è all'interno dello *swath*.

Discutiamo ora i canoni che dobbiamo avere per una buona etichettatura delle linee.

**Distanza media** Posizionare un'etichetta alla distanza giusta dalla linea è un problema cruciale. Calcoliamo la distanza media  $d$  come l'area tra la parte inferiore dello *skyline* (figura 10) e la *swath line* divisa la larghezza dello *swath*.

Ora consideriamo come canone di giudizio per la distanza media il valore del seguente

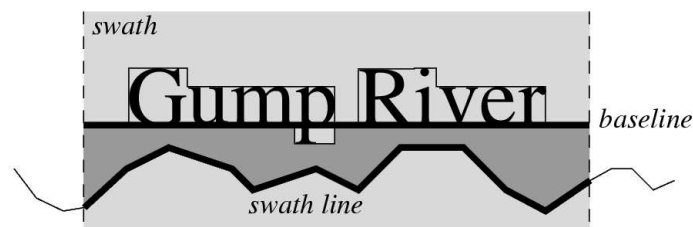


Figura 10: Area che poi dividiamo per larghezza dello swath per avere la distanza media

rapporto  $\frac{(d - \delta)^2}{\delta^2}$ . In figura 11 sono mostrate etichette con buona distanza media.

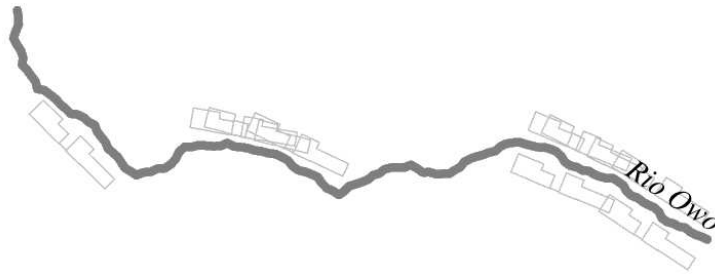


Figura 11: Etichette con buona distanza media

**Distanza minima** La distanza media non tiene in considerazione che la linea, non essendo rettilinea, potrebbe avere delle parti che giacciono molto vicino all'etichetta o addirittura su di essa per risolvere queste problema viene introdotta la distanza minima. La distanza minima  $d'$  viene definita come la lunghezza del segmento più piccolo che congiunge un punto della *swath line* con un punto della *skyline*. Il valore ideale per  $d'$  è  $\delta$ , ma valori fra 0 e  $2\delta$  possono essere ancora accettati. Per questo come canone di valutazione della distanza minima prendiamo  $\frac{(d' - \delta)^2}{\delta^2}$ .

**Posizionare nei punti in cui la linea è piana** Per rendere la cartina più leggibile è sempre meglio posizionare le etichette là dove la linea da etichettare risulta essere più dritta. Per tenere in conto questo parametro consideriamo l'area fra la *swath line* e la linea dritta parallela al *baseline* posta a distanza  $\delta$  dal *baseline*, chiamiamo questa linea  $L$ . Si consideri l'area evidenziata in figura 12. Dividiamo poi quest'area per la larghezza

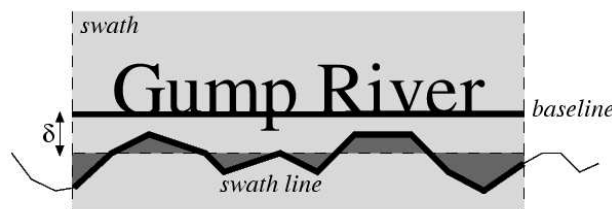


Figura 12: Area che consideriamo per tenere conto di quanto è piana la linea

dello *swath*, ottenendo così il parametro  $d''$ . Ora come canone di valutazione per questa



caratteristica prendiamo la seguente frazione  $\frac{d''^2}{\delta^2}$ . In figura 13 sono mostrate etichette posizionate usando quest'ultimo canone.

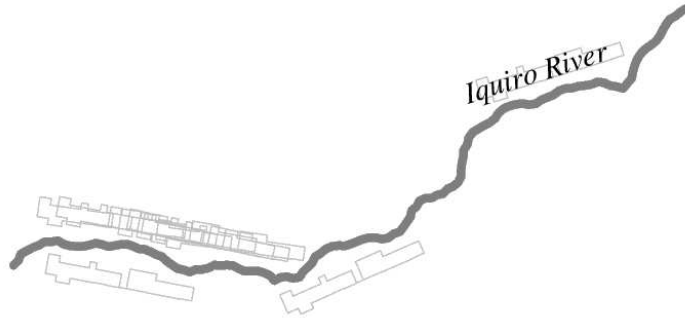


Figura 13: Etichette poste là dove la curva è più piatta

**Etichette sopra figure** Per i criteri di Imhof suddetti si preferiscono etichette posizionate sopra le linee rispetto ad etichette posizionate sotto le linee. Per tenere in conto di questo parametro prendiamo come canone di valutazione 1 se l'etichetta si trova sotto la linea e 0 se si trova sopra.

**Centralità** È importante che l'etichetta si trovi centrata nella linea che vuole etichettare. Sia  $p$  il punto medio della *baseline* ed  $l_1$  la distanza minima fra il  $p$  e una delle due estremità della linea e  $l_2$  la lunghezza della linea. Definiamo  $l = \frac{l_1}{l_2}$ , il valore ideale di  $l$  è  $\frac{1}{2}$ . Per canone di valutazione prendiamo quindi  $|2l - 1|$ .

### 3.3.4 Canoni di valutazioni per il posizionamento di etichette su aree

Possiamo assumere che le aree siano abbastanza grandi da poter contenere un'etichetta. Per valutare la qualità di una posizione calcoliamo quanto questa posizione sia distante dal centro dell'area, diciamo che questa distanza è  $c$ . Fissiamo a questo punto un margine di tolleranza  $s$  e definiamo come canone di valutazione il rapporto  $\frac{c}{s}$ .

### 3.3.5 La funzione di valutazione totale di una posizione

Dopo aver discusso i vari valori dei canoni tramite cui valutiamo la bontà di un posizionamento, li uniamo ora tutti insieme in una funzione che è la somma pesata di tutti i canoni, i cui pesi sono indicati nella tabella che segue<sup>1</sup>:

Canone	Peso
sovrapposizione di etichette con punti	10
sovrapposizione di etichette con linee	15
sovrapposizione di etichette con aree	10
sovrapposizione fra etichette	40
posizionamento per il punto	1
distanza medi	1
vicinanza a tratti di linea piani	1
distanza minima	0
centralità	3
posizionamento sopra(sotto)	0,25
posizionamento per area	10

Tabella 1: Pesi dei valori dei canoni

## 3.4 Scegliere le posizioni candidate

Si possono identificare tre caratteristiche che deve avere un buon algoritmo che genera posizioni candidate:

1. Deve scegliere un numero limitato di candidati.
2. L'algoritmo che genera le posizioni deve trovare un buon compromesso tra qualità delle posizioni scelte ed efficienza, infatti scegliere solo posizioni di alta qualità risulterebbe essere un problema di difficile e lenta risoluzione.
3. Le posizioni candidate per un'etichetta non devono essere tutte concentrate in una sola zona ma devono essere disposte nel modo più uniforme possibile intorno all'ogget-

---

<sup>1</sup>Il valore del canone distanza minima non viene calcolato nel costo della funzione totale perchè per come vengono scelte le posizioni candidate esse hanno già tutte distanza minima pari a 0,0.

to(punti, linee ed aree) da etichettare, altrimenti si rischia di perdere delle posizioni che potrebbero rivelarsi utili per la soluzione del problema globale.

### 3.4.1 Posizioni candidate per punti

Le posizioni candidate per punti vengono generate secondo uno schema fisso mostrato in figura 8. Lo schema fisso può essere migliorato usando parametri riguardanti il raggio di un punto, il rapporto tra la dimensione dell'etichetta e il raggio del punto ed infine le lettere che compongono l'etichetta(ad esempio in figura 8 "Penalty 0.00 City" risultava essere posta più vicino al punto se la lettera iniziale era "T").

### 3.4.2 Posizioni candidate per linee

Il problema di scegliere le posizioni candidate per linee è più complesso. Vogliamo evitare che un'etichetta sia sovrapposta alla figura a cui si riferisce, questo obiettivo facilmente ottenibile con i punti, risulta essere un problema più difficile con le linee.

Per fornire le posizioni candidate usiamo il seguente algoritmo:

1. Generiamo un'insieme di posizioni possibili lungo una linea nel seguente modo.

- (a) Si prende una delle due estremità della linea e poniamo lì il nostro punto di partenza  $i$
- (b) Calcoliamo la lunghezza dell'etichetta e mettiamo il suo valore diviso otto in  $lun$
- (c) Finchè  $i$  è ha distanza maggiore della lunghezza dell'etichetta dall'altra estremità della linea, esegui:
  - i. Trova una nuova posizione  $j$  a distanza  $lun$  lungo la linea da  $i$
  - ii. Poni due posizioni candidate che patono da  $i$  una sopra ed una sotto la linea
  - iii. Poni  $i = j$ .

2. Aggiusta le posizioni candidate attraverso spostamenti perpendicolari al *baseline* in modo da ottenere il canone distanza minima ottimizzato.
3. Se la linea è più corta della sua etichetta trattala come un punto.
4. Calcola il punteggio dei vari candidati (non considerando solamente le sovrapposizioni fra etichette).
5. Mantieni solamente i  $k$  migliori candidati, normalmente  $k = 32$ .

In figura 14 è mostrato un esempio dell'algoritmo con  $k = 15$



Figura 14: Generatore di posizioni per linee.

### 3.4.3 Posizioni candidate per aree

Dato un poligono  $G$  che è il bordo di un'area, troviamo il poligono  $G'$  tale che se l'etichetta è all'interno di  $G$  il centro dell'etichetta è al centro di  $G'$ . A questo punto generiamo  $n$  (normalmente 200) punti random in  $G'$  e centriamo le posizioni candidate in questi punti random.

## 3.5 Esempi di funzionamento dell'algoritmo

Nelle figure 15,16 e 17 si può vedere un esempio di funzionamento dell'algoritmo in confronto con un etichettatura random.

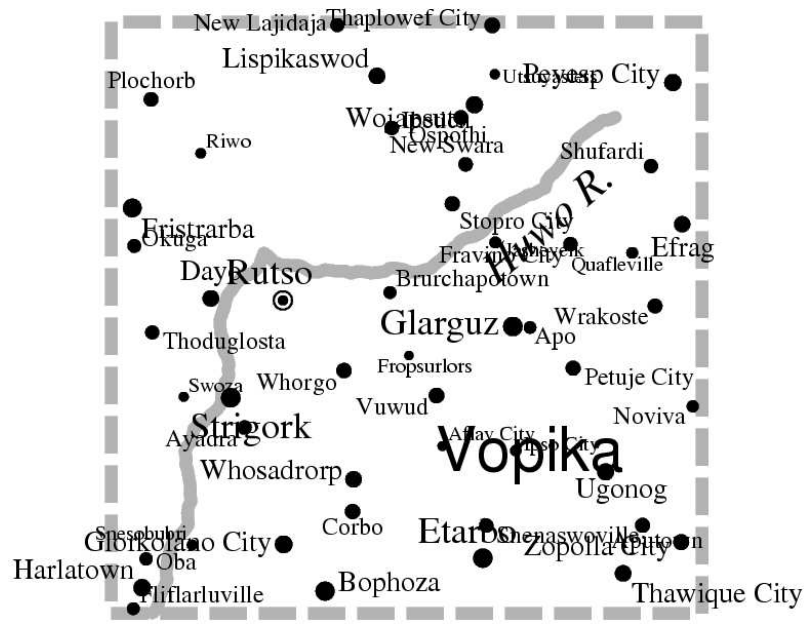


Figura 15: Mappa ottenuta con etichettatura random.

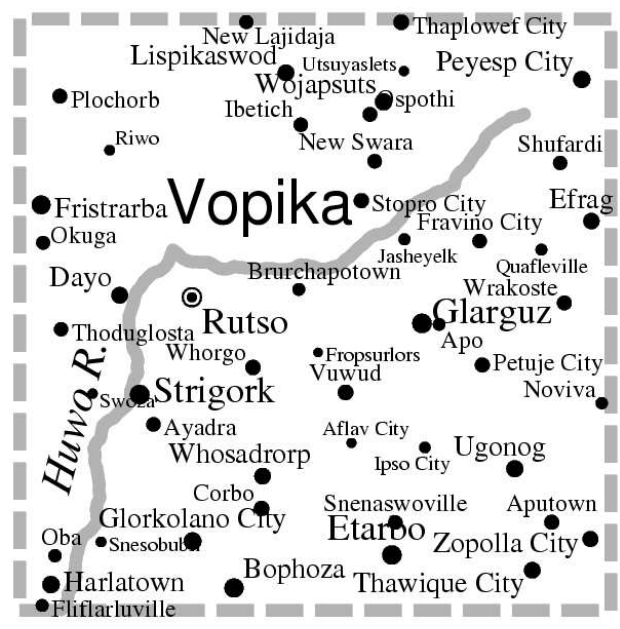


Figura 16: Mappa ottenuta dall'algoritmo dopo metà dei passi della fase della scelta delle posizioni.

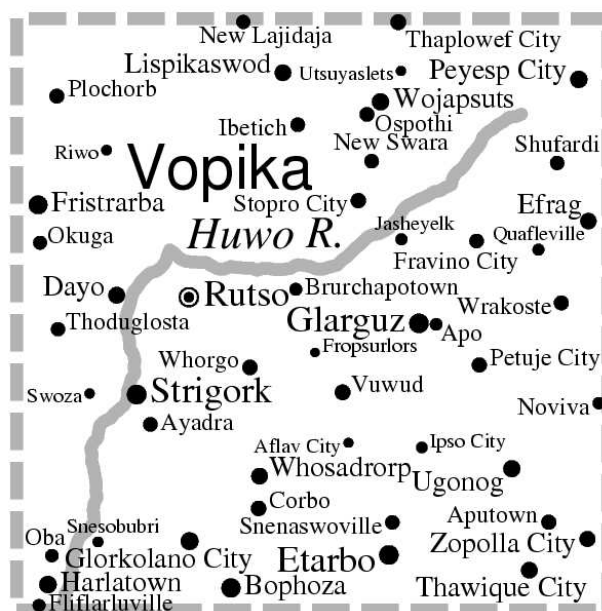


Figura 17: Mappa ottenuta alla fine dell'algoritmo tramite l'algoritmo.

## Riferimenti bibliografici

- [1] E. Imhof. Positioning names on maps. *The American Cartographer*, 2(2):128-144, 1975.
- [2] T. Kameda, K. Imai. Map label placement for point and curves. *IEICE Trans. fundamentals* NO.4, April 2003.
- [3] S. Edmonson, J. Christensen. A general cartographic labeling algorithm. *Cartographica* Vol.33, N.4, Winter 1996 pp.13-23.
- [4] S. Kirkpatrick, C.D. Jr. Gellat, M.P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. 1993 *Science* 220:671-680.