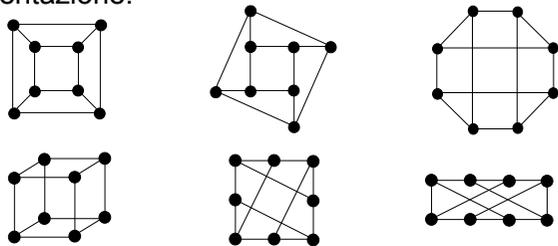


Algoritmi per la visualizzazione

Prof.ssa Tiziana Calamoneri
NOZIONI DI BASE

Differenza tra grafo e sua rappresentazione (1)

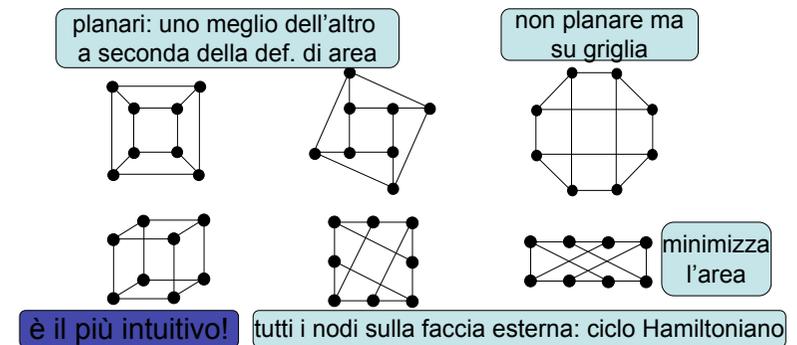
Un grafo ed una sua rappresentazione grafica NON sono la stessa cosa: in generale, un grafo ha molte rappresentazioni. Ciò nonostante, è nell'uso comune utilizzare la stessa terminologia per un grafo e per la sua rappresentazione.



Differenza tra grafo e sua rappresentazione

Differenza tra grafo e sua rappresentazione (2)

Non tutte le rappresentazioni sono uguali...



Basi di teoria dei grafi

Basi di teoria dei grafi (1)

- Grafo non orientato (nodi o vertici, archi o spigoli)
- grado di un nodo
- Grafo orientato (pozzi, sorgenti)
- grado entrante ed uscente di un nodo

Basi di teoria dei grafi (2)

Th: Dato un grafo non orientato G , la somma dei gradi di tutti i nodi è pari a $2m$. Dato un grafo orientato G , la somma dei gradi entranti di tutti i nodi è pari alla somma dei gradi uscenti di tutti i nodi, che è pari ad m .

Dim. Contiamo in due modi diversi le coppie (nodo, spigolo) che sono in relazione di incidenza, cioè contiamo in due modi le coppie dell'insieme $A = \{(x, e) \mid x \in V, e \in E, x \in e\}$.

Fissato un nodo $x \in V$, il numero di archi ad esso incidenti è dato dal suo grado. Quindi $|A| = \text{somma dei gradi}$.

Per ogni arco $e \in E$, esistono esattamente due nodi ad esso incidenti. Quindi $|A| = 2|E|$.

Il caso orientato si dimostra analogamente.

CVD

Basi di teoria dei grafi (3)

Cor. (detto *Regola della stretta di mano*). Sia $G=(V,E)$ un grafo finito. Il numero dei nodi di G che hanno grado dispari è pari.

Dim. somma dei gradi = somma dei gradi pari + somma dei gradi dispari.

Per il teorema precedente la somma dei gradi è $=2m$ che è un numero pari.

Poiché la somma di un numero pari di dispari è pari, mentre la somma di un numero dispari di dispari è dispari, G deve avere un numero pari di nodi di grado dispari.

CVD

Basi di teoria dei grafi (4)

Un *disegno* Γ di un grafo G è una funzione che mappa ogni nodo v in un punto distinto $\Gamma(v)$, ed ogni arco (u,v) in una curva di Jordan aperta $\Gamma(u,v)$ che non attraversa nessun punto in cui viene mappato un nodo e che ha come estremi $\Gamma(u)$ e $\Gamma(v)$. Un arco orientato è usualmente rappresentato con una freccia che ne indichi il verso di percorrenza.

Parametri per la visualizzazione

Basi di teoria dei grafi (5)

- Un *disegno* è *piano* se non vi sono incroci tra archi.
- Un *grafo* è *planare* se ammette un disegno piano. I grafi planari giocano un ruolo molto importante nell'area della visualizzazione, per tre ragioni:
 - l'incrocio di archi peggiora la leggibilità della rappresentazione;
 - la teoria dei grafi planari ha un posto privilegiato nell'ambito della teoria dei grafi, e questa teoria così ben sviluppata può essere sfruttata per rappresentare al meglio i grafi planari;
 - i grafi planari sono *sparsi*, cioè il numero degli archi è $O(n)$: (la *formula di Eulero* garantisce che un grafo planare non ha più di $3n-6$ archi).
- Un disegno piano partiziona il piano in regioni topologicamente connesse, dette *facce*. L'unica faccia illimitata è detta *faccia esterna*.

Parametri per la visualizzazione (1)

Algoritmo per visualizzare un grafo:

Output: disegno

Input?

- * grafo
- * appartenenza ad una classe (planari, aciclici, ecc...)
- * dominio di applicazione... (convenzioni, criteri estetici, vincoli)

Parametri per la visualizzazione (2) Convenzioni

Una **convenzione** è una regola basilare che il disegno DEVE soddisfare per essere ritenuto ammissibile.

ES. Diagramma di flusso
nodi -> scatole, archi orientati

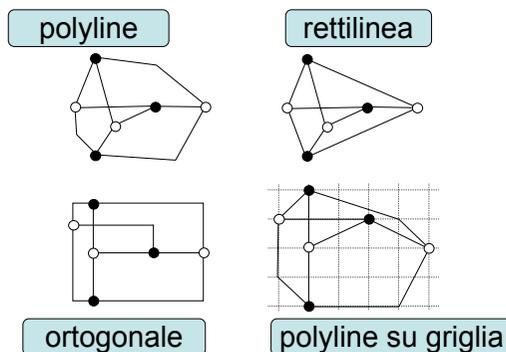
L'insieme di convenzioni per visualizzare degli oggetti dalla vita reale può essere anche molto complicato, per cui sono state definite delle convenzioni generiche, che si possono combinare tra loro...

Parametri per la visualizzazione (3) Convenzioni

convenzioni da combinare:

- * disegno polyline
- * disegno rettilineo
- * disegno ortogonale
- * disegno su griglia
- * disegno planare
- * disegno upward (downward)
- rettilineo ed ortogonale: casi speciali del polyline
- polyline: permette una grande flessibilità perché gli archi possono essere approssimati con delle linee curve
- rettilineo: molto usata in teoria dei grafi.
- ortogonale: usato per la rappr. dei circuiti e dei diagrammi di software engineering.
- planare: rende il disegno più chiaro, ma solo per grafi planari
- upward: tipico per grafi aciclici orientati che rappresentano strutture gerarchiche

Parametri per la visualizzazione (4) Convenzioni



Parametri per la visualizzazione (5) Criteri estetici

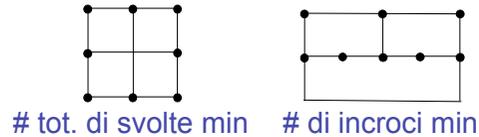
L'*estetica* specifica le proprietà della rappresentazione che si **VORREBBE** fossero verificate affinché la struttura visualizzata sia leggibile al meglio. I criteri estetici sono, quindi, tutte funzioni da ottimizzare.

- Alcuni criteri estetici:
- * numero di incroci
 - * lunghezza totale degli archi
 - * lunghezza max degli archi
 - * numero totale di svolte
 - * numero di svolte per arco
 - * risoluzione angolare
 - * aspect ratio
 - * simmetrie
 - * area o volume (risoluzione: griglia) - poligono o rettangolo

Tutti i criteri estetici sono delle funzioni di ottimizzazione, spesso NP-ardue -> euristiche approssimanti

Parametri per la visualizzazione (6) Criteri estetici

I criteri estetici sono spesso in conflitto tra loro.
Es. # totale di svolte e # di incroci



E' possibile dimostrare che non esiste una rappresentazione che soddisfi entrambi i criteri estetici. Ne segue che per la maggior parte degli algoritmi è necessario definire una relazione di precedenza tra criteri estetici

Parametri per la visualizzazione (7) Criteri estetici

- * ... Tale relazione non può chiaramente essere valida in assoluto poiché alcune applicazioni richiedono alcuni criteri come prioritari mentre altre no.
- * Molti algoritmi noti in letteratura risultano suddivisi in diversi passi, ciascuno dei quali tenta di migliorare un certo criterio estetico:
- * la permutazione dell'ordine di questi passi porta a risultati totalmente diversi.

Parametri per la visualizzazione (8) Vincoli

Mentre le convenzioni ed i criteri estetici sono regole generali che si riferiscono all'intero disegno, i *vincoli* si riferiscono a specifiche parti del grafo o della sua rappresentazione.

Alcuni vincoli:

- centro
- esterno
- cluster
- sinistra-destra (alto-basso)
- forma

Parametri per la visualizzazione (9) Efficienza

Inutile dire che fondamentale richiesta per tutti gli algoritmi di visualizzazione è l'*efficienza computazionale*.