

NOME	COGNOME
------	---------

Esercizio 1. Sia $G = (V, E)$ un grafo orientato con n nodi ed m archi. Siano s e t i nodi sorgente e pozzo, e sia u_{ij} la capacità (intera e positiva) dell'arco (i, j) . Sia inoltre dato un flusso massimo da s a t in G : chiamiamo con x_{ij} il valore di tale flusso sull'arco (i, j) . Si assuma infine che il flusso sia aciclico, ovvero che non esista alcun ciclo in G in cui tutti gli archi portano flusso positivo.

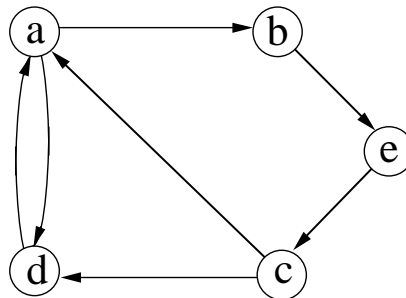
Sia (a, b) uno specifico arco. Supponete di ridurre la sua capacità di 1 unità, ovvero $u'_{ab} = u_{ab} - 1$. Mostrate come trovare un flusso nel grafo G' risultante (in cui tutte le capacità, tranne quella di (a, b) , sono le stesse del grafo G) a partire da G e dal flusso x nel modo più efficiente possibile. Discutete inoltre se la proprietà di aciclicità del flusso massimo x è importante per la correttezza e/o per il tempo di esecuzione dell'algoritmo proposto.

Esercizio 2. Considerate la seguente variante della definizione di rete Δ -residua: una rete Δ -residua è ottenuta dalla rete residua standard includendo *esclusivamente* gli archi con capacità residua *pari* a Δ . Rispondere alle seguenti domande:

1. L'algoritmo di capacity scaling produce ancora un massimo flusso utilizzando questa definizione?
2. Il suo tempo di esecuzione è ancora $O(m^2 \log U)$?

Per ciascuna domanda, se la risposta è affermativa mostrare come la dimostrazione di correttezza/tempo di esecuzione può essere riadattata alla luce della nuova definizione. Se la risposta è negativa, mostrare un controesempio e discutere dove la dimostrazione fallisce.

Esercizio 3. Considerate il grafo mostrato in figura:



Mostrate il calcolo del vettore di PageRank assumendo che il parametro di teleportation sia pari a 0 (ovvero che si segua sempre uno degli archi uscenti) e raggiungendo una precisione $\leq \frac{1}{40}$.

In bocca al lupo!

ALGORITI (A.A. 2006-2007)

DOCENTE: IRENE FINOCCHI

SECONDO ESONERO (12 GIUGNO 2007)

NOME	COGNOME
------	---------

Soluzione esercizio 1:

ALGORITI (A.A. 2006-2007)

DOCENTE: IRENE FINOCCHI

SECONDO ESONERO (12 GIUGNO 2007)

NOME	COGNOME
------	---------

ALGORITI (A.A. 2006-2007)

DOCENTE: IRENE FINOCCHI

SECONDO ESONERO (12 GIUGNO 2007)

NOME	COGNOME
------	---------

Soluzione esercizio 2:

ALGORITI (A.A. 2006-2007)

DOCENTE: IRENE FINOCCHI

SECONDO ESONERO (12 GIUGNO 2007)

NOME	COGNOME
------	---------

Soluzione esercizio 3: