

APPELLO DEL 29 GENNAIO 2008

ATTENZIONE: LA CHIAREZZA, IL RIGORE E LA SINTETICITÀ DELL'ESPOSIZIONE SARANNO IMPORTANTI ELEMENTI DI VALUTAZIONE.

Esercizio 1. Si analizzino il numero di push saturanti e non saturanti dell'algoritmo di preflow-push generico.

Esercizio 2. Si consideri il problema di calcolare il *numero* di cammini minimi tra una data coppia di nodi x e y in un grafo $G(V, E)$ con pesi unitari sugli archi. Si propongano algoritmi efficienti per risolvere tale problema nei seguenti due casi:

1. G è un grafo orientato *partizionabile per livelli*, ovvero $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$ e, per ogni arco $(u, v) \in E$, risulta $u \in V_i$ e $v \in V_{i+1}$ con $1 \leq i < k$;
2. G è un grafo non orientato.

I cammini non devono essere elencati, ma occorre solo calcolare il loro numero. Si può assumere di poter eseguire operazioni aritmetiche elementari in tempo $O(1)$ su numeri arbitrariamente grandi.

Esercizio 3. Si consideri una rete con flusso massimo strettamente positivo. Dimostrare o confutare la seguente affermazione: esiste almeno un arco della rete la cui rimozione fa decrescere il valore del flusso massimo.

Esercizio 4. Si consideri una rete in cui le capacità, oltre che sugli archi, sono definite anche sui nodi: per ogni nodo (diverso da s e t) esiste quindi una limitazione sulla quantità di flusso che può passare attraverso il nodo. Mostrare come adattare l'ordinaria teoria del flusso per calcolare un massimo flusso ammissibile da s a t in una tale rete.

In bocca al lupo!