

APPELLO DEL 16 GIUGNO 2008

LA CHIAREZZA, IL RIGORE E LA SINTETICITÀ DELL'ESPOSIZIONE
SARANNO IMPORTANTI ELEMENTI DI VALUTAZIONE.

Esercizio 1. Si consideri il seguente pseudocodice:

```

algoritmo CamminiMinimi(grafo  $G$ , nodo  $s$ )  $\rightarrow$  distanze
1.   for each ( nodo  $u$  in  $G$  ) do  $D_{su} \leftarrow +\infty$ 
2.    $D_{ss} \leftarrow 0$ 
3.   struttura dati  $R$ 
4.    $R.$ aggiungi( $s$ )
5.   while ( not  $R.$ isEmpty() ) do
6.      $u \leftarrow R.$ estrai()
7.     for each ( arco  $(u, v)$  in  $G$  ) do
8.       if ( $D_{su} + w(u, v) < D_{sv}$ ) then
9.          $D_{sv} \leftarrow D_{su} + w(u, v)$ 
10.      if ( $v \notin R$ ) then  $R.$ aggiungi( $v$ )
11.  return  $D$ 

```

G è un grafo con pesi arbitrari sugli archi, dati dalla funzione peso w , ma senza cicli negativi. Assumendo che la struttura dati R implementi una coda (aggiungi=enqueue, estrai=dequeue):

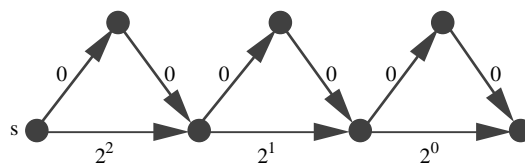
1. Dimostrare che al termine dell'esecuzione, per ogni nodo u , $D_{su} = d_{su}$, ovvero D_{su} rappresenta la distanza corretta del nodo u dalla sorgente s .

[*Suggerimento*: si consideri l'esecuzione concettualmente divisa in passate, dove nell' i -esima passata sono estratti dalla coda i nodi inseriti nella $(i - 1)$ -esima passata. Si pensi poi alla dimostrazione di correttezza dell'algoritmo di Bellman, Ford e Moore.]

2. Mettere in relazione i rilassamenti eseguiti dall'algoritmo **CamminiMinimi** con quelli eseguiti dall'algoritmo di Bellman, Ford e Moore: si tratta degli stessi rilassamenti, di un sovrainsieme, di un sottoinsieme, o nessuna delle precedenti? Perché?
3. Dimostrare che il tempo di esecuzione dell'algoritmo **CamminiMinimi** è $O(mn)$, dove n ed m sono rispettivamente il numero di nodi e di archi del grafo.
4. Mostrare un'istanza in cui il tempo di esecuzione dell'algoritmo **CamminiMinimi** è asintoticamente inferiore a quello dell'algoritmo di Bellman, Ford e Moore.

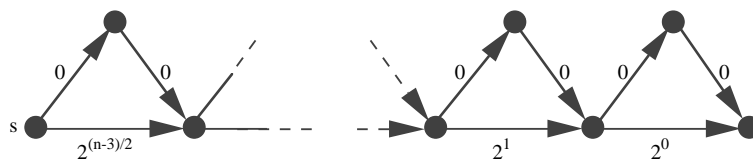
Assumendo che la struttura dati R implementi una pila (aggiungi=push, estrai=pop):

5. Mostrare l'esecuzione dell'algoritmo sul seguente grafo:



assumendo che nella linea 7 del codice l'arco uscente da u ed avente peso 0 sia sempre considerato per primo.

6. Generalizzare il ragionamento a grafi del tipo:



Qual è il tempo di esecuzione in funzione di n ? Si assuma di poter eseguire operazioni aritmentiche con precisione arbitraria in tempo $O(1)$.

Esercizio 2. Si analizzino correttezza e tempo di esecuzione dell'algoritmo di capacity scaling.

In bocca al lupo!