Corso di Laurea in Informatica - AA 2019-20

# ALGEBRA

Antonietta Venezia (Canale M-Z)

Sessione invernale - I Appello- Prova scritta

08 gennaio 2020

**Svolgere gli esercizi esplicitando il percorso logico seguito per giungere alla soluzione. Non è permesso consultare appunti e testi. Il compito deve essere consegnato ordinato e leggibile in caso contrario non sarà valutato**.

## *Parte I*

**ESERCIZIO 1.1.** Considerato l'anello delle classi resto ( $\mathbf{Z}_{40}$ , +, $\cdot$), determinare il reticolo dei sottogruppi del gruppo additivo ($\mathbf{Z}_{40}$ , +) e il suo diagramma di Hasse. Determinare gli elementi del gruppo moltiplicativo (U($\mathbf{Z}_{40}$ ),$\cdot$). Tale gruppo è ciclico?

**ESERCIZIO 1.2.** Nel gruppo simmetrico $S_5$ è assegnata la permutazione

$$\sigma = (1\ 4)(3\ 5)(4\ 3\ 2\ 5).$$

Determinare l'ordine, la parità di $\sigma$ e tutti i sottogruppi di $<\sigma>$. Definire almeno due isomorfismi dal gruppo ciclico $<\sigma>$ al gruppo ($Z_n$,+), per un determinato n >1.

## *Parte II*

**ESERCIZIO 2.1.** Nello spazio vettoriale $\mathbf{R}^4$, si considerino i seguenti sottospazi:

$$U = < (1,1,1,2); (1,2,2,1) > \text{ e } W = \{ (x,y,z,t) : y = z = 0\}.$$

Determinare una base e equazioni cartesiane per (U+W) e (U∩W). Prolungare una base di (U+W) ad una base di $\mathbf{R}^4$.

**ESERCIZIO 2.2.** Sia $L : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ l'endomorfismo di $\mathbf{R}^3$ definito da:

$$L(x,y,z) = (2x-2y-z,y,z).$$

Determinare:

a) la matrice A associata ad L rispetto alla base canonica,
b) gli autovalori di L e una base per ogni autospazio,
c) la matrice associata a L rispetto alla base B ={(1,-1,2); (1,0,0); (1,1,0)}.

Verificare infine se L possa essere rappresentata da una matrice diagonale D ed in tal caso trovare una matrice P tale che $A = P^{-1}DP$.