

# Corso di Laurea in Informatica - AA 2018-19

## ALGEBRA

Sessione invernale - II Appello- Prova scritta

30 gennaio 2019

Antonietta Venezia (Canale M-Z)

Svolgere gli esercizi esplicitando il percorso logico seguito per giungere alla soluzione. Non è permesso consultare appunti e testi. Il compito deve essere consegnato ordinato e leggibile in caso contrario non sarà valutato.

### *Parte I*

**ESERCIZIO 1.1.** Risolvere il seguente sistema di congruenze:

$$\begin{cases} 72x \equiv 2 \pmod{25} \\ 15x \equiv 23 \pmod{22} \end{cases}$$

**ESERCIZIO 1.2.** Siano  $\sigma$  e  $\tau$  le seguenti permutazioni di  $S_8$ :  $\sigma = 61285473$  (rappresentazione standard in cicli disgiunti) e  $\tau = (123548)$  (rappresentazione in cicli disgiunti), determinare la loro parità e il loro ordine. Determinare inoltre l'ordine e la parità della permutazione  $\tau\sigma$  e calcolare  $(\tau\sigma)^{66}$ .

### *Parte II*

**ESERCIZIO 2.1.** Dati i seguenti sottospazi di  $\mathbf{R}^4$ :

$$U = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle \text{ e } W = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle,$$

determinare:

- una base di  $U$  e una di  $W$ ,
- una base di  $(U+W)$  e una di  $(U \cap W)$ .

**ESERCIZIO 2.2.** Data la matrice:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 14 & -13 & 4 \end{pmatrix}$ , determinare:

- il nucleo e l'immagine dell'endomorfismo  $L_A$  di  $\mathbf{R}^3$  associato alla matrice  $A$ .
- gli autovalori di  $L_A$  e una base per ogni autospazio.

Verificare infine se  $L_A$  possa essere rappresentata da una matrice diagonale  $D$ .