

# CORSO di ALGEBRA (M-Z)

## 2016-17

### PROVA INTERMEDIA

#### 28-11-2016

Svolgere gli esercizi esplicitando il percorso logico seguito per giungere alla soluzione. Non è permesso consultare appunti e testi.

**ESERCIZIO 1.** Determinare il numero degli “anagrammi” (anche privi di senso) della parola TERRACOTTA. Determinare quanti fra questi contengono almeno una delle sequenze: TAR, COT, TER.

**ESERCIZIO 2.** Determinare:

- in  $\mathbf{Z}_{490}$  le soluzioni dell'equazione  $75x = 70$ ,
- l'insieme degli interi  $x$  tali che  $75x \equiv 70 \pmod{490}$ .

**ESERCIZIO 3.** Dimostrare che un elemento  $a \in \mathbf{Z}_n$  è un divisore dello zero se e solo se  $\text{MCD}(a, n) \neq 1$ . Determinare :

- $b \in \mathbf{Z}_{350}$  tale che  $75b = 0$ ,
- La cardinalità del gruppo  $U(\mathbf{Z}_{350})$  degli elementi invertibili di  $\mathbf{Z}_{350}$ .

**ESERCIZIO 4.** Sia

$$f: \mathbf{Z}/\equiv_{18} \rightarrow \mathbf{Z}/\equiv_3$$

definita da  $f[a]_{18} = [a]_3$  per ogni classe  $[a]_{18}$  in  $\mathbf{Z}/\equiv_{18}$ .

Provare che:

- La funzione  $f$  è ben definita
- $f$  è un morfismo di anelli

Determinare inoltre:

- $\text{Ker } f$  e  $\text{Im } f$
- Descrivere il quoziente di  $\mathbf{Z}/\equiv_{18}$  modulo la relazione individuata da  $f$ .