

CORSO di ALGEBRA (M-Z)

2015-16

PROVA SCRITTA

25 -01-2016

Svolgere gli esercizi esplicitando il percorso logico seguito per giungere alla soluzione. **NON** è permesso consultare appunti e testi di esercizi.

Parte I

ESERCIZIO 1.1. Quanti “anagrammi” anche privi di senso si possono formare dalla parola SOLLAZZO? Quanti di questi contengono almeno una delle sequenze SOL, OLA, ZOL?

ESERCIZIO 1.2. Nel gruppo simmetrico S_6 sono assegnate le permutazioni

$$\sigma = (125)(34)(136) \text{ e } \tau = (12)(3456)(243).$$

- Scrivere le permutazioni $\sigma, \tau, \tau\sigma, \sigma\tau$ come prodotti di cicli disgiunti e indicarne per ognuna il periodo.
- Determinare gli elementi del gruppo ciclico $\langle \tau\sigma \rangle$ e indicarne i suoi sottogruppi.

Parte II

ESERCIZIO 2.1. Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} k-2 & 0 & 6 \\ -1 & 4 & k+3 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Determinare per quali valori del parametro k esiste la matrice inversa A^{-1} e per tali valori calcolare A^{-1} .

ESERCIZIO 2.2. Sia $L: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ l'endomorfismo di \mathbf{R}^3 definita da:
 $L(1,0,0) = (1,1,0)$; $L(1,1,0) = (2,1,1)$; $L(0,0,1) = (0,1,1)$.

Determinare:

- il valore $L(-1,1,2)$ che l'applicazione assume in $(-1,1,2)$,
- la matrice A associata ad L rispetto alla base canonica,
- gli autovalori di L e una base per ogni autospazio.

Verificare se L può essere rappresentato da una matrice diagonale D .