

CORSO di ALGEBRA (M-Z)

PROVA SCRITTA

15-04-2013

Svolgere gli esercizi esplicitando il percorso logico seguito per giungere alla soluzione. E' permesso solo consultare appunti e testi non di esercizi.

Parte I

ESERCIZIO 1.1. Determinare il numero degli “anagrammi” (anche privi di senso) della parola EFFETTI. Determinare quanti fra questi contengono almeno una delle sequenze: EFE, TEF, ITE.

ESERCIZIO 1.2. Determinare le soluzioni dell'equazione $171x = 20$ in \mathbf{Z}_{299} .

Parte II

ESERCIZIO 2.1. Dato il sottospazio W dello spazio vettoriale reale $M_2(\mathbf{R})$ delle matrici di ordine 2:

$$W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Determinare:

- una base di W e quindi la sua dimensione,
- un sottospazio U tale che $(W \oplus U)$.

ESERCIZIO 2.2. Sia $L : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ l'endomorfismo di \mathbf{R}^3 definito da:

$$L(x,y,z) = (x-2y-2z, 5y, 5z)$$

Determinare:

- la matrice A associata ad L rispetto alla base canonica,
- gli autovalori di L e una base per ogni autospazio.

Verificare infine se L può essere rappresentata da una matrice diagonale D ed eventualmente trovare una matrice P tale che $A = P^{-1}DP$.