CORSO di ALGEBRA (M-Z)

PROVA SCRITTA
17-02-2012

Svolgere gli esercizi esplicitando il percorso logico seguito per giungere alla soluzione. E' permesso solo consultare appunti e testi.

Parte I

ESERCIZIO 1.1. Determinare il numero degli "anagrammi" (anche privi di senso) della parola CASSAPANCA. Determinare quanti fra questi contengono almeno una delle sequenze: CAS, SAP, ANCA.

ESERCIZIO 1.2. Dati i numeri $m = 200$ e $n = 62$, determinare:
a) il MCD(200,62) mediante l'algoritmo di Euclide,
b) una identità di Bézout,
c) le soluzioni intere dell'equazione diofantea: 200x+62y = 22.

Parte II

ESERCIZIO 2.1. Si consideri lo spazio vettoriale reale $\mathbf{R}^4$. Sia W(h) il sottospazio generato dai vettori seguenti:

(1,0,h,1); (1,-1,0,-h); (0,1,h,,-1); (-1,2,-h,0).

Sia U = <(0,2,-1,2);(0,0,1,1)>.

i. Determinare la dimensione di W(h) al variare del parametro reale h.
ii. Determinare il sottospazio (W(0)∩U) e la sua dimensione.
iii. Determinare il sottospazio (W(0)+U) e la sua dimensione.

ESERCIZIO 2.2. Sia $M_2(\mathbf{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici quadrate di ordine 2. Sia L l'endomorfismo di $M_2(\mathbf{R})$ rappresentato, rispetto alla base canonica, dalla matrice A seguente:

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & -6 & -8 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{matrix}$$

i. Determinare l'immagine $L\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ della matrice $\begin{matrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{matrix}$.
ii. Determinare il nucleo e l'immagine di L.
iii. Determinare gli autovalori di L e per ogni autovalore il relativo autospazio.
iv. L'endomorfismo L è diagonalizzabile? Motivare la risposta.