ALGEBRA

Esame canale A-L
17 aprile 2013

C. Malvenuto

Istruzioni.

- Completare subito la parte inferiore di questa pagina con il proprio nome, cognome e firma.
- Scrivere solamente su questi fogli, anche dietro se occorre, a penna o a matita. Non sono ammessi libri, quaderni, altri fogli né calcolatrici.
- Tutte le risposte vanno **motivate**.
- **Non parlare** pena il ritiro immediato del compito.

ESERCIZIO	PUNTEGGIO
1	/ 6
2	/ 6
3	/ 6
4	/ 12
TOTALE	/30

Nome e Cognome ↓	**Firma ↓**

Esercizio 1. (6 punti)

(a) Data la permutazione

$$\alpha = (1,2)(1,3,2)(1,2)(4,5,6)(4,5,6,7,8)(4,6,5),$$

del gruppo simmetrico S_8, scrivere α come prodotto di cicli disgiunti;

(b) determinarne l'ordine, una decomposizione come prodotto di 2-cicli e la parità;

(c) determinare il sottogruppo ciclico $H =< \alpha^{320} >$ di S_8 generato da α^{320}, e scrivere tutti i suoi generatori.

Esercizio 2. (6 punti)

Dato il gruppo $U(\mathbb{Z}_9)$ delle classi resto modulo 9 invertibili rispetto al prodotto di classi resto:

(a) verificare che è un gruppo ciclico;

(b) determinarne tutti i generatori;

(c) disegnare il diagramma di Hasse dei suoi sottogruppi.

Esercizio 3. (6 punti)

L'applicazione $\phi : \mathbb{R} \to M_2(\mathbb{R})$ tale che

$$\phi(t) = \begin{bmatrix} t & 0 \\ 0 & t \end{bmatrix}$$

è un omomorfismo di spazi mettoriali o di anelli? In caso affermativo, calcolarne nucleo $Ker\phi$ e immagine $Im(\phi)$.

Esercizio 4. (12 punti)

Sia $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'operatore lineare definito, rispetto alla base canonica, dalla matrice:

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 4 & 4 \\ -10 & 5 & 6 & -4 \\ 0 & 0 & 3 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

Determinare gli autovalori di T e, se esiste, una base di autovettori di T.