

ALGEBRA  
CANALE A-L

ESAME  
11 LUGLIO 2012

C. MALVENUTO

**Istruzioni.**

- Completare subito la parte inferiore di questa pagina con il proprio nome, cognome e firma.
- Scrivere solamente su questi fogli, anche dietro se occorre, a penna o a matita. Non sono ammessi libri, quaderni, altri fogli né calcolatrici.
- Tutte le risposte vanno  **motivate**.
- **Non parlare** pena il ritiro immediato del compito.

ESERCIZIO	PUNTEGGIO
1	/ 8
2	/ 8
3	/ 4
4	/ 10
TOTALE	/30

Nome e Cognome ↓	Firma ↓

**Esercizio 1.** (8 punti)

Risolvere l'equazione congruenziale  $461x \equiv 2 \pmod{687}$

**Esercizio 2.** (8 punti)

Nel gruppo  $G = (U_{21}, \cdot)$  delle classi resto modulo 21 invertibili rispetto al prodotto di classi, si consideri il sottogruppo minimo  $S$  contenente l'elemento  $\bar{4}$ ; si determini la partizione in classi laterali destre di  $S$  in  $G$  e si verifichi che essa coincide con la partizione in classi laterali sinistre.

**Esercizio 3.** (4 punti)

In  $\mathbb{R}^4$  si consideri il sottospazio  $U$  generato dai vettori  $u_1 = (1, 1, 1, 0)$ ,  $u_2 = (0, 0, 0, 2)$ ,  $u_3 = (3, 3, 3, 1)$ ,  $u_4 = (2, 2, 2, 0)$ : si determinari una base e la dimensione di tale spazio.

**Esercizio 4.** (10 punti)

Calcolare gli autovalori della seguente matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -3 \\ 0 & -2 & 0 \\ 6 & 3 & -5 \end{bmatrix}$$

determinandone la molteplicità algebrica. Costruire poi gli autospazi relativi agli autovalori trovati determinandone quindi la molteplicità geometrica, e una base di autovettori per gli autospazi. Dire infine se la matrice è diagonalizzabile.