

ALGEBRA
CANALE A-L

ESAME
11 LUGLIO 2012

C. MALVENUTO

Istruzioni.

- Completare subito la parte inferiore di questa pagina con il proprio nome, cognome e firma.
- Scrivere solamente su questi fogli, anche dietro se occorre, a penna o a matita. Non sono ammessi libri, quaderni, altri fogli né calcolatrici.
- Tutte le risposte vanno **motivate**.
- **Non parlare** pena il ritiro immediato del compito.

ESERCIZIO	PUNTEGGIO
1	/ 8
2	/ 8
3	/ 4
4	/ 10
TOTALE	/30

Nome e Cognome ↓	Firma ↓

Esercizio 1. (8 punti)

Risolvere l'equazione congruenziale $461x \equiv 2 \pmod{687}$

Esercizio 2. (8 punti)

Nel gruppo $G = (U_{21}, \cdot)$ delle classi resto modulo 21 invertibili rispetto al prodotto di classi, si consideri il sottogruppo minimo S contenente l'elemento $\bar{4}$; si determini la partizione in classi laterali destre di S in G e si verifichi che essa coincide con la partizione in classi laterali sinistre.

Esercizio 3. (4 punti)

In \mathbb{R}^4 si consideri il sottospazio U generato dai vettori $u_1 = (1, 1, 1, 0)$, $u_2 = (0, 0, 0, 2)$, $u_3 = (3, 3, 3, 1)$, $u_4 = (2, 2, 2, 0)$: si determinari una base e la dimensione di tale spazio.

Esercizio 4. (10 punti)

Calcolare gli autovalori della seguente matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -3 \\ 0 & -2 & 0 \\ 6 & 3 & -5 \end{bmatrix}$$

determinandone la molteplicità algebrica. Costruire poi gli autospazi relativi agli autovalori trovati determinandone quindi la molteplicità geometrica, e una base di autovettori per gli autospazi. Dire infine se la matrice è diagonalizzabile.