

ALGEBRA
CANALE A-L

ESAME PRIMA PARTE
27 GENNAIO 2012

C. MALVENUTO

Istruzioni.

- Completare subito la parte inferiore di questa pagina con il proprio nome, cognome e firma.
- Scrivere solamente su questi fogli, anche dietro se occorre, a penna o a matita. Non sono ammessi libri, quaderni, altri fogli né calcolatrici.
- Tutte le risposte vanno **motivate**.
- **Non parlare** pena il ritiro immediato del compito.

ESERCIZIO	PUNTEGGIO
1	/ 7
2	/ 7
3	/ 7
4	/ 7
5	/ 2 (+3)
TOTALE	/30 (+3)

Nome e Cognome ↓	Firma ↓

Esercizio 1. (7 punti)

Risolvere l'equazione congruenziale $14x \equiv 2 \pmod{25}$

Esercizio 2. (7 punti)

Sia τ_0 una fissata permutazione di S_n . Sia $f : S_n \rightarrow S_n$ l'applicazione così definita: $f(\sigma) = \tau_0^{-1}\sigma\tau_0, \forall \sigma \in S_n$.

Si dimostri che f è un automorfismo di S_n .

Esercizio 3. (7 punti)

Determinare il periodo dell'elemento x^{321} del gruppo ciclico

$$C_{15} = \langle x : x^{15} = 1 \rangle .$$

Descrivere gli elementi del sottogruppo $\langle x^{321} \rangle$ ed elencare tutti i suoi generatori.

Esercizio 4. (7 punti)

Studiare il gruppo moltiplicativo $U(\mathbb{Z}_9)$ (tavola moltiplicativa, inversi e ordine degli elementi). Stabilire se è isomorfo a \mathbb{Z}_6 oppure a S_3 , nel qual caso descrivere esplicitamente un isomorfismo.

Esercizio 5. (2 punti)

Dimostrare che l'insieme $H = \{\pi \in S_n : \pi(1) = 1\}$ è un sottogruppo di S_n .

(Facoltativo) (3 punti) Descrivere l'insieme delle classi laterali destre di H in S_n . H è normale in S_n ?